

# КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Том 35

1990

Вып. 1

УДК 548.0 : 539.47

© 1990 г.

ЯЦЕНКО А. В., СЕРГЕЕВ Н. А.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ РАЗУПОРЯДОЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛАХ ПО ФОРМЕ ЛИНИИ ЯМР КВАДРУПОЛЬНЫХ ЯДЕР С ПОЛУЦЕЛЫМ СПИНОМ

Рассмотрены общие свойства ориентационной зависимости моментов формы линии ЯМР центрального перехода ( $\mp\frac{1}{2} \leftrightarrow \pm\frac{1}{2}$ ) квадрупольных ядер с полуцелым спином для несовершенных кристаллов различной симметрии. Полученные выражения применяются для исследования эффектов разупорядочения в кристалле ниобата лития.

Известно, что спектр ядерного магнитного резонанса (ЯМР) ядер, обладающих электрическим квадрупольным моментом, определяется не только магнитными диполь-дипольными взаимодействиями, но также взаимодействиями квадрупольных моментов ядер с градиентами электрических полей в месте их расположения [1, 2]. Если окружение квадрупольного ядра имеет локальную симметрию ниже кубической, то спектр ЯМР такого ядра состоит из нескольких компонент. Различные несовершенства кристалла, связанные с условиями роста (дислокации, ваканции, примеси и т. д.) или с особенностями строения кристалла (несоразмерные структуры, эффекты разупорядочения и т. д.), приводят к разбросу градиентов электрических полей на ядрах и к значительному неоднородному квадрупольному уширению спектральных линий ЯМР. Для квадрупольных ядер с полуцелым спином (количество которых значительно больше, чем ядер с целым спином) несовершенства кристалла в первом приближении неказываются на частоте центрального перехода спектра ЯМР ( $\mp\frac{1}{2} \leftrightarrow \pm\frac{1}{2}$ ) и очень сильно уширяют боковые сателлиты [1, 2]. Во втором порядке теории возмущений квадрупольные взаимодействия приводят к сдвигу частоты центрального перехода спектра, который в несовершенных кристаллах, меняясь от ядра к ядру, приводит к неоднородному квадрупольному уширению формы линии ЯМР центрального перехода. До настоящего времени исследование квадрупольных эффектов в несовершенных кристаллах по форме линии ЯМР центрального перехода основывалось на методике восстановления формы линии, исходя из разумной модели разброса градиентов электрических полей в образце [3]. Такая методика, несмотря на определенный произвол в выборе функции распределения градиентов электрических полей, позволяет получить важную информацию об эффектах разупорядочения в кристаллах, хотя в целом она является неоднозначной и ограниченной.

В настоящей работе предлагается использовать для исследования эффектов разупорядочения в кристаллах моменты формы линии ЯМР центрального перехода. На примере монокристалла ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$  проиллюстрированы возможности использования метода моментов для исследования несовершенств кристаллической структуры.

### Моменты формы линии ЯМР центрального перехода спектра

Для квадрупольного ядра с полуцелым спином центральный переход спектра ЯМР ( $\mp\frac{1}{2} \leftrightarrow \pm\frac{1}{2}$ ) сдвинут относительно ларморовской частоты  $\nu_0$  на величину  $\Delta\nu$  [2]

$$(\Delta v) = (v_q^2/144v_0) (a^{-3}/4) [9(\eta-3)^2 \cos^4 \theta - 6(\eta-3)(\eta-5) \cos^2 \theta + (\eta+3)^2], \quad (1)$$

тогда  $v_q$  — величина, пропорциональная константе квадрупольной связи (ККС),  $\eta$  — параметр асимметрии тензора градиента электрического поля (ГЭП),  $a=I(I+1)$ ,  $I$  — спин ядра,  $\theta$  — угол между главной осью тензора ГЭП и направлением внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ .

Поскольку в (1) входит только косинус угла между главной осью тензора ГЭП и направлением  $\mathbf{B}_0$ , нетрудно получить общую формулу, описывающую ориентационную зависимость сдвига второго порядка центрального перехода в системе координат, в которой направление главной оси тензора ГЭП и направление  $\mathbf{B}_0$  задаются единичными векторами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b}$  соответственно. Действительно, так как

$$\cos \theta = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{b}) = \sum_k n_k b_k, \quad (2)$$

то из (1) находим

$$(\Delta v) = (v_q^2/144v_0) (a^{-3}/4) \sum_{k,l,m,r} [9(\eta-3)^2 n_k n_l n_m n_r - 6(\eta-3)(\eta-5) n_k n_l \delta_{mr} + (\eta+3)^2 \delta_{kl} \delta_{mr}] b_k b_l b_m b_r. \quad (3)$$

Здесь  $k, l, m, r$  — координатные индексы, принимающие независимо значения  $x, y, z$ ;  $\delta_{kl}$  — символ Кронекера.

Вводя тензор четвертого ранга

$$Q_{klmr} = (v_q^2/144v_0) (a^{-3}/4) [9(\eta-3)^2 n_k n_l n_m n_r - 6(\eta-3)(\eta-5) n_k n_l \delta_{mr} + (\eta+3)^2 \delta_{kl} \delta_{mr}], \quad (4)$$

который определяется только главными компонентами и ориентацией тензора ГЭП в выбранной кристаллофизической системе координат и не зависит от направляющих косинусов вектора магнитного поля, выражение (3) можно записать в следующем компактном виде:

$$(\Delta v) = Q_{klmr} b_k b_l b_m b_r. \quad (5)$$

Здесь и далее подразумевается суммирование по дважды повторяющимся координатным индексам.

Из (5) видно, что ориентационная зависимость сдвига второго порядка описывается выражением, по форме совпадающим с выражением, описывающим ориентационную зависимость второго момента спектров ЯМР ядер с  $I=1/2$  [4, 5]. Это позволяет непосредственно использовать при анализе ориентационной зависимости сдвига второго порядка результаты, полученные при исследовании ориентационной зависимости второго момента спектров ЯМР [4]. В частности, в общем случае ориентационная зависимость ( $\Delta v$ ) описывается 15 структурными параметрами, являющимися линейными комбинациями компонент тензора  $Q_{klmr}$ . Экспериментальное определение этих 15 структурных параметров с наилучшей точностью достигается при использовании  $D$ -оптимальных планов, приведенных в [6].

В несовершенных кристаллах из-за разброса главных значений и ориентации главных осей тензора ГЭП сдвиг второго порядка будет меняться от ядра к ядру, приводя к дополнительному неоднородному уширению линии центрального перехода. Это дополнительное квадрупольное уширение определяется функцией распределения  $f(\Delta v)$ , которая в свою очередь целиком определяется разбросом главных значений и ориентаций главных осей ГЭП.

По определению  $n$ -й момент формы линии поглощения ЯМР относительно ларморовской частоты  $v_0$  определяется выражением [1]

$$S_n = \int_0^\infty (v-v_0)^n F(v) dv / \int_0^\infty F(v) dv, \quad (6)$$

где  $F(v)$  — функция формы линии поглощения ЯМР. В диамагнитных твердых телах вклад в форму линии  $F(v)$  дают магнитные диполь-дипольные взаимодействия ядер, электронно-ядерные взаимодействия (химический сдвиг), а также неоднородное квадрупольное взаимодействие, связанное с несовершенствами кристаллической решетки. В силу того что вклады в первый ( $S_1$ ) и второй ( $S_2$ ) моменты спектра ЯМР от различных взаимодействий аддитивны [1], для квадрупольного вклада в  $S_1$  и  $S_2$  получим

$$S_{1Q} = \int_0^{\infty} (\Delta v) f(\Delta v) d(\Delta v) / \int_0^{\infty} f(\Delta v) d(\Delta v) = \bar{Q}_{klmr} b_k b_l b_m b_r, \quad (7)$$

$$S_{2Q} = \int_0^{\infty} (\Delta v)^2 f(\Delta v) d(\Delta v) / \int_0^{\infty} f(\Delta v) d(\Delta v) = \bar{Q}_{klmrpsqt} b_k b_l b_m b_r b_p b_s b_q b_t, \quad (8)$$

где через  $\bar{Q}_{klmr}$  обозначен усредненный по случайному разбросу главных значений и ориентаций главных осей тензора ГЭП тензор  $Q_{klmr}$ , определяемый выражением (4), а тензор восьмого ранга  $\bar{Q}_{klmrpsqt}$  получается путем усреднения прямого произведения компонент тензора  $Q_{klmr}$

$$Q_{klmrpsqt} = Q_{klmr} Q_{psqt}. \quad (9)$$

Здесь  $p, s, q, t$ , так же как и  $k, l, m, r$  — координатные индексы, принимающие независимо значения  $x, y, z$ .

Полученные выражения (7) и (8) показывают, что в несовершенных кристаллах ориентационные зависимости первого и второго моментов центрального перехода спектра ЯМР описываются поверхностями более высокого порядка, чем зависимости этих же величин в совершенных кристаллах. Это позволяет получать важные сведения о характере разупорядочения градиентов электрических полей на ядрах в несовершенных кристаллах, исследуя анизотропные свойства моментов линии ЯМР.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только выражения (7). Анализ выражения (8) здесь не приводится из-за громоздкости конечных результатов. Для простоты мы также ограничимся случаем, когда параметр асимметрии тензора ГЭП  $\eta \ll 1$ . В этом случае из (4) получим

$$\begin{aligned} Q_{klmr} = & (v_q^2/16v_0) (a^{-3}/4) [9n_k n_l n_m n_r - \\ & - 10n_k n_l \delta_{mr} + \delta_{kl} \delta_{mn}]. \end{aligned} \quad (10)$$

Используя тождественные соотношения  $n_k n_l b_k b_l b_m b_r \delta_{mr} = n_k n_l n_m n_r b_k b_l \delta_{mn}$  и  $b_k b_l b_m b_r \delta_{kl} \delta_{mn} = n_k n_l n_m n_r \delta_{kl} \delta_{mr}$ , выражение (7) можно записать в следующей эквивалентной форме:

$$S_{1Q} = \bar{G}_{klmr} (9b_k b_l b_m b_r - 10b_k b_l \delta_{mr} + \delta_{kl} \delta_{mn}), \quad (11)$$

где тензор  $\bar{G}_{klmr}$  определяется выражением

$$\bar{G}_{klmr} = \overline{(v_q^2/16v_0) (a^{-3}/4) n_k n_l n_m n_r}. \quad (12)$$

Тензор  $\bar{G}_{klmr}$  симметричен относительно перестановки любой пары координатных индексов и, следовательно, имеет 15 различных компонент, приведенных в таблице. Наличие в кристалле элементов симметрии приводит к снижению количества линейно независимых компонент тензора  $\bar{G}_{klmr}$ . Компоненты тензора  $\bar{G}_{klmr}$  для различных кристаллографических классов также приведены в таблице.

В качестве конкретного приложения полученных выражений рассмотрим вид ориентационной зависимости первого момента центрального перехода спектра ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  в  $\text{LiNbO}_3$ . Поскольку  $\text{LiNbO}_3$  принадлежит к кристаллографическому классу  $3m$  [7], ориентационная зависимость  $S_{1Q}$  имеет вид

$$\begin{aligned} S_{1Q} = & \bar{G}_{xxyy} (27b_z^4 - 14b_z^2 - 5) + \bar{G}_{zzzz} (9b_z^4 - 10b_z^2 + 1) + \\ & + \bar{G}_{xxxx} (-54b_z^4 + 44b_z^2 - 6) + 36\bar{G}_{xxxz} (b_x^2 - 3b_y^2) b_x b_z. \end{aligned} \quad (13)$$

### Компоненты тензора $\bar{G}_{klmr}$ с учетом симметрии кристалла

Кристалло-графические системы	Кристалло-графические классы	Выбор осей прямоугольной системы координат	Отличные от нуля компоненты и соотношения между ними	Число линейно независимых компонент
Триклини- ная	1; $\bar{1}$	Произволен	$\bar{G}_{xxxx}; \bar{G}_{yyyy}; \bar{G}_{zzzz}; \bar{G}_{xxxy}; \bar{G}_{yyyz}; \bar{G}_{zzzx}; \bar{G}_{xyyy}; \bar{G}_{yzzz}; \bar{G}_{zxxx}; \bar{G}_{xxyz}; \bar{G}_{yyzx}; \bar{G}_{zzxy}; \bar{G}_{xxyy}; \bar{G}_{yyzz}; \bar{G}_{zxxx}$	15
Моноклини- ная	$2; m; 2/m$	$z \parallel 2$ (или $\perp m$ ); $x, y$ — произволен	$\bar{G}_{xxxx}; \bar{G}_{yyyy}; \bar{G}_{zzzz}; \bar{G}_{xxxy}; \bar{G}_{yyzz}; \bar{G}_{xxzz}; \bar{G}_{xxxz}; \bar{G}_{xyyy}; \bar{G}_{zxxz}$	9
Ромбичес-кая	222; $2mm$ ; $mmm$	Однозначен	$\bar{G}_{xxxx}; \bar{G}_{yyyy}; \bar{G}_{zzzz}; \bar{G}_{xxxy}; \bar{G}_{yyzz}; \bar{G}_{xxzz}$	6
Тригональ- ная	$32; 3m; \bar{3}m$	$z \parallel 3; x \parallel 2$ (или $\perp m$ ),	$\bar{G}_{xxxx} = \bar{G}_{yy}; y = 3\bar{G}_{xxyy}; \bar{G}_{zzzz}; \bar{G}_{zxxx} = -\bar{G}_{yyzx}; \bar{G}_{xxzz} = \bar{G}_{yyzz}$	4
	$3; \bar{3}$	$z \parallel 3; x, y$ — произволен	Кроме приведенных выше $\bar{G}_{yyyz} = -\bar{G}_{xxyz}$	5
Тетраго- нальная	$422; 4mm; \bar{4}2m; 4/mmm$	$z \parallel 4; x \parallel 2$ (или $\perp m$ )	$\bar{G}_{xxxx} = \bar{G}_{yyyy}; \bar{G}_{zzzz}; \bar{G}_{xxyy}; \bar{G}_{xxzz} = \bar{G}_{yyzz}$	4
	$4; \bar{4}; 4/m$	$z \parallel 4; x, y$ — произволен	Кроме приведенных выше $\bar{G}_{xxxz} = -\bar{G}_{xyyy}$	5
Гексаго- нальная	$622; 6mm$ $\bar{6}2m; 6/mmm$	$z \parallel 6; x \parallel 2$ (или $\perp m$ )	$\bar{G}_{xxxx} = \bar{G}_{yyyy} = 3\bar{G}_{xxyy}; \bar{G}_{zzzz}$	3
	$6; \bar{6}; 6/m$	$z \parallel 6; x, y$ — произволен	$\bar{G}_{yyzz} = \bar{G}_{xxzz}$	
Кубическая	$23; 43m; m3;$ $432; m3m$	Однозначен	$\bar{G}_{xxxx} = \bar{G}_{yyyy} = \bar{G}_{zzzz}; \bar{G}_{xxyy} = \bar{G}_{yyzz} = \bar{G}_{xxzz}$	2

Записывая компоненты тензора  $\bar{G}_{klmr}$  в явном виде и выполняя ряд тождественных преобразований, получим

$$\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{e} S_{1Q} = K (9\bar{v}_q^2 n_z^4 - 10\bar{v}_q^2 n_z^2 + \bar{v}_q^2), \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_0 \perp \mathbf{e} S_{1Q} = (K/8) (27\bar{v}_q^2 n_z^4 - 14\bar{v}_q^2 n_z^2 - 5\bar{v}_q^2),$$

где  $K = (a - 3/4)/16v_0$ ,  $\mathbf{e}$  — ось симметрии кристалла.

Если усреднение по разбросу ККС и ориентации главных осей тензора ГЭП можно выполнить независимо

$$\bar{v}_q^2 n_z^4 = \bar{v}_q^2 n_z^4, \bar{v}_q^2 n_z^2 = \bar{v}_q^2 n_z^2$$

и главные оси  $z$  тензоров ГЭП на ядрах  $^{93}\text{Nb}$  близки к тригональной оси  $\mathbf{e}$   
 $n_z = \cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$ ,

где  $\alpha$  — угол между осью  $\mathbf{e}$  и осью  $z$  тензора ГЭП, то из (14) получим

$$\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{e} S_{1Q} = 8K\bar{v}_q^2 \alpha^2, \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_0 \perp \mathbf{e} S_{1Q} = K(5\alpha^2 - 1)\bar{v}_q^2.$$

Помимо квадрупольного неоднородного удлинения вклад в формулировку ЯМР дают диполь-дипольные взаимодействия между магнитными момента

ментами ядер и электронно-ядерные взаимодействия (химический сдвиг), которые из-за несовершенства кристалла, меняясь от ядра к ядру, приводят к дополнительному уширению линии ЯМР. Диполь-дипольные взаимодействия дают нулевой вклад в первый момент спектра ЯМР [1], а вклад в первый момент от химического сдвига для кристаллов средней категории определяется выражением [8]

$$S_{1e} = v_0 [\bar{\sigma}_{\perp} - (\bar{\sigma}_{\parallel} - \bar{\sigma}_{\perp}) b_z^2]. \quad (16)$$

Здесь  $\bar{\sigma}_{\parallel}$  и  $\bar{\sigma}_{\perp}$  — главные компоненты тензора химического сдвига, а черта сверху обозначает среднее по случайному распределению, обусловленному несовершенством структуры кристалла.

Учитывая (15) и (16), найдем следующее окончательное выражение для первого момента линии ЯМР центрального перехода относительно лар-

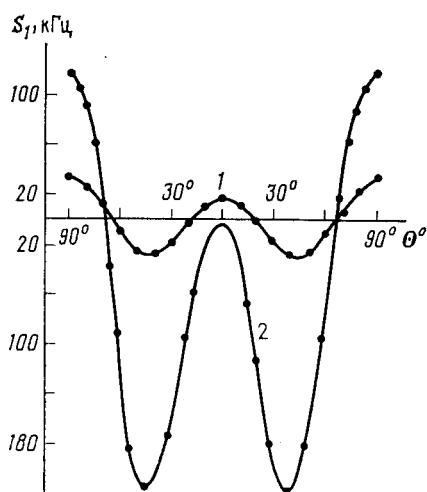


Рис. 1

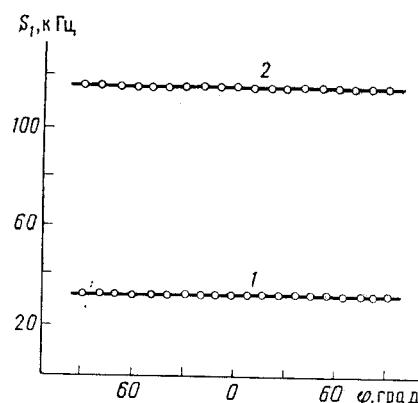


Рис. 2

Рис. 1. Ориентационная зависимость  $S_1$  линии ЯМР центрального перехода  $^{93}\text{Nb}$  в беспримесном монокристалле  $\text{LiNbO}_3$  при  $B_0=5,0$  (1) и  $1,0$  Т (2) в плоскости вращения, содержащей ось  $c$

Рис. 2. Ориентационная зависимость  $S_1$  линии ЯМР центрального перехода  $^{93}\text{Nb}$  в беспримесном монокристалле ниобата лития при  $B_0=5,0$  (1) и  $1,0$  Т (2) ( $B_0 \perp c$ )

моровской частоты  $v_0$ :  
при  $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{c}$

$$S_1 = (1/2v_0) [^{3/4} - I(I+1)] \sqrt{v_q^2 \alpha^2} + v_0 \bar{\sigma}_{\parallel}, \quad (17)$$

$$S_1 = (1/16v_0) [^{3/4} - I(I+1)] \sqrt{v_q^2} \cdot (5\alpha^2 - 1) + v_0 \bar{\sigma}_{\perp}. \quad (18)$$

### Экспериментальные результаты

Как видно из (17) и (18), для экспериментального определения  $\sqrt{v_q^2}$ ,  $\alpha^2$ ,  $\bar{\sigma}_{\parallel}$  и  $\bar{\sigma}_{\perp}$  достаточно измерить значения  $S_1$  при  $\angle \mathbf{B}_0 \mathbf{c} = 0^\circ$  и  $\angle \mathbf{B}_0 \mathbf{c} = 90^\circ$  для двух различных значений  $v_0$ . На рис. 1 и 2 представлены экспериментальные результаты по измерению расщеплений между меткой (раствор  $\text{NbF}_5$  в HF) и центром тяжести линии ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  в  $\text{LiNbO}_3$  при  $B_0=1,0$  и  $5,0$  Т. Анализ полученных экспериментальных результатов с помощью (17) и (18) дал следующие значения для  $\bar{\sigma}_{\parallel}$ ,  $\bar{\sigma}_{\perp}$ ,  $\sqrt{v_q^2}$  и  $\alpha^2$ :  $\bar{\sigma}_{\parallel} = (140 \pm 15) \cdot 10^{-6}$ ,  $\bar{\sigma}_{\perp} = (-35 \pm 15) \cdot 10^{-6}$ ,  $\sqrt{v_q^2} = (0,84 \pm 0,003)$  МГц,  $\alpha^2 = (0,0043 \pm 0,001)$  рад $^2$ , или  $\sqrt{\alpha^2} = 3^\circ 46' \pm 15'$ .

Исследования примесных образцов  $\text{LiNbO}_3$ , а также влияния освещения образцов  $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$  на спектры ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  показали, что величина  $v_q^2$  практически не меняется при освещении образца и слабо меняется при изменении содержания примесей, а значения  $\alpha^2$  сильно зависят как от дефектности образца, так и от внешних воздействий [9, 10]. Это позволяет проводить оценку дефектности образцов и изучать влияние внешних факторов (температура, освещение, постоянное электрическое поле и др.) на структуру внутрикристаллических электрических полей в  $\text{LiNbO}_3$  [11]. Отметим, что при определении дефектности монокристаллов  $\text{LiNbO}_3$  метод ЯМР имеет определенные преимущества перед методом электронного парамагнитного резонанса (ЭПР), так как в отличие от ЯМР явление ЭПР наблюдается только на примесных ионах (или радикалах). Последние, из-за необходимости создания зарядовой компенсации находятся, как правило, в заведомо искаженных узлах кристаллической решетки, что приводит к неоднозначности в интерпретации экспериментальных ЭПР результатов.

Авторы выражают благодарность Э. П. Зееру и О. В. Фалалееву за помощь в проведении ЯМР измерений при  $B_0 = 5$  Т.

#### Литература

1. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М.: ИЛ, 1963. 551 с.
2. Cohen M. H., Reif F. // Solid State Physics. N. Y.—L.: Acad. Press, 1957. P. 32t.
3. France P. W. // J. Magnetic Resonance. 1979. V. 34. P. 585.
4. Фалалеев О. В., Сергеев Н. А., Лундин А. Г. // Кристаллография. 1974. Т. 19. С. 560.
5. Лундин А. Г., Сергеев Н. А., Фалалеев О. В. // Проблемы магнитного резонанса. М.: Наука, 1978. С. 226.
6. Киперман Е. М., Фалалеев О. В., Сергеев Н. А., Лундин А. Г. Оптимальное планирование экспериментов в ЯМР твердого тела. Препринт ИФСО-92Ф. Красноярск: Ин-т физики СО АН СССР. 1978, 44 с.
7. Кузьминов Ю. С. Электрооптический и нелинейно-оптический кристалл ниобата лития. М.: Наука, 1987. 264 с.
8. Сергеев Н. А. // Радиоспектроскопия твердого тела. Вып. 3. Красноярск: Ин-т физики СО АН СССР, 1979. С. 109.
9. Яценко А. В., Сергеев Н. А. // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 2567.
10. Яценко А. В., Сергеев Н. А. // ФТТ, 1985. Т. 27. С. 1239.
11. Яценко А. В., Сергеев Н. А. // Тез. Всесоюз. конф. «Применение магнитного резонанса в народном хозяйстве». Казань, 1988. С. 115.

Симферопольский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
28.XI.1988.