

Wykład 8

Eksytyony

W półprzewodnikach przy niskich temperaturach widmo absorpcji przy $\omega \approx \omega_g$ ma ostro oznaczony pik absorpcyjny. Ten pik związany jest z wzbudzeniem tak zwanych *eksytonów*. Eksytyony są stanami związanymi elektronu wzbudzonego do pasma przewodnictwa i dziury która pozostała w paśmie walencyjnym. Takie eksytyony są zwane jako *eksytyony Motta - Wanniera*. Energia wiązania eksytonu jest energią oddziaływania kulombowskiego między elektronem i dziurą, a zatem dla rozważania poziomów energetycznych eksytonów możemy skorzystać z modelu atomu wodoru. Dla atomu wodoru poziomy energetyczne określa wzór

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\hbar^2\epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (8.1)$$

Żeby przejść do wzoru określającego poziomy eksytonu musimy we wzorze (8.1):

- zamienić masę elektronu m na masę zredukowaną $\mu^* = m_n^* m_p^* / (m_n^* + m_p^*)$;
- zamienić przenikalność elektryczną próżni ϵ_0 na przenikalność $(\epsilon_0 \epsilon)$ półprzewodnika, uwzględniając tym samym ekranowanie pola kulombowskiego przez otaczający dielektryk;
- dodać do wzoru (8.1) energię przerwy energetycznej E_g , ponieważ przejście elektronu z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa wymaga właśnie takiej energii;
- dodać do energii (8.1) energię kinetyczną eksytonu $T = \hbar^2 K_{ek}^2 / [2(m_n^* + m_p^*)]$, ponieważ para elektron-dziura mogą prawie swobodnie poruszać się w kryształ.

Biorąc pod uwagę wszystko co omówiliśmy wyżej ze wzoru (8.1) otrzymujemy

$$E_{n, \vec{K}_{ek}} = E_g - \frac{\mu^* e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2 \epsilon^2} \cdot \frac{1}{n^2} + \frac{\hbar^2 K^2}{2(m_n^* + m_p^*)} \quad (8.2)$$

Energia wiązania eksytonu, określona drugim członem w (8.2), daje możliwość oszacować "promień Bohra" eksytonu:

$$r_{ek} = \frac{4\pi\hbar^2 \epsilon_0 \epsilon}{\mu^* e^2} \quad (8.3)$$

Ponieważ dla półprzewodników $\varepsilon \approx 10$ "promień" ekscytonu w 10 razy przewyższa promień Borha dla atomu wodoru, czyli $r_{ek} \approx 5 A^0$.

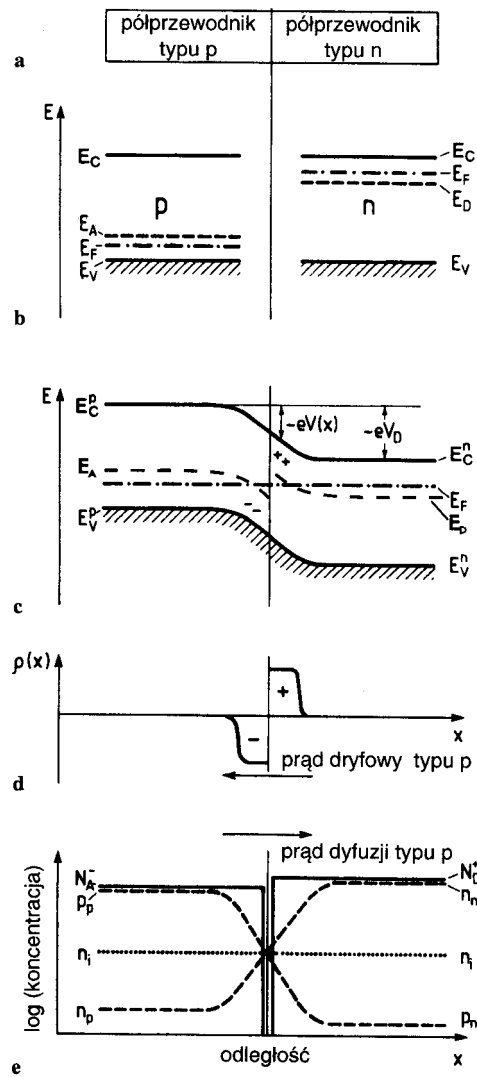
Ze wzoru (8.2) wynika, że poziome ekscytonowe dla $K = 0$ leżą w zabronionym paśmie około dna pasma przewodnictwa. Ten fakt objaśnia, dla czego widma ekscytonów mają częstotliwości mniejsze niż progowa częstotliwość ω_g .

Złącza półprzewodnikowe

Złącza półprzewodnikowe są podstawowymi układami elektroniki współczesnej. Zaczniemy rozważanie zasad działania niektórych złącz półprzewodnikowych ze złącza półprzewodnik - półprzewodnik.

Złącze $P - n$

Złącze $P - n$ składa się z dwóch kryształów półprzewodnika, zwykle krzemu, jeden, z których jest typu P , a drugi typu n . Po zetknięciu ze sobą obu półprzewodników, stan termodynamiczny złącza nie jest stanem równowagowym, ponieważ poziomy Fermiego obu półprzewodników nie pokrywają się ze sobą (rys.8.1). Dla osiągnięcia stanu równowagowego, czyli wyrównania poziomów Fermiego, zaraz po zetknięciu półprzewodników musi wystąpić przemieszczenie ładunków (elektronów i dziur). Elektrony półprzewodnika typu n przechodzą przez granicę rozdziału do półprzewodnika typu P i tam rekombinują z dziurami. Natomiast dziury z półprzewodnika typu P przechodzą do półprzewodnika typu n i tam rekombinują z elektronami. Wskutek takiej dyfuzji elektronów i dziur po stronie półprzewodnika typu P powstaje ujemny ładunek pochodzący od elektronów przemieszczonych z półprzewodnika typu n . Po stronie półprzewodnika typu n powstaje dodatni ładunek pochodzący od niedoboru elektronów przemieszczonych do półprzewodnika typu P . Proces dyfuzji elektronów i dziur będzie trwał tak długo dopóki nie ustali się stan równowagi termodynamicznej, to znaczy dopóki poziomy Fermiego obu półprzewodników nie wyrównają się. W wyniku przemieszczeń ładunków w otoczeniu styku dwóch półprzewodników powstaje tak zwana *warstwa zaporowa*: po stronie półprzewodnika n dodatni ładunek przestrzenny, po stronie P półprzewodnika - ujemny ładunek, pochodzący od elektronów zjonizowanych akceptorów. Z ładunkiem przestrzennym w warstwie zaporowej związane jest odpowiednie pole elektryczne, które można scharakteryzować odpowiednim potencjałem $U(x)$.



Rys.8.1. Złącze $p-n$

Różnica pomiędzy wartością maksymalną i minimalną potencjału $U(x)$ nazywa się *napięciem dyfuzyjnym* (rys.8.2):

$$U_D = U_{\max}(x) - U_{\min}(x).$$

Ścisłe obliczenia napięcia dyfuzyjnego, oraz rozkładu ładunku w warstwie zaporowej nie jest rzeczą prostą. Rozważmy najprostszy model rozważania tego problemu znany jako *model Schottky'ego*. Przypuśćmy, że gęstość ładunku przestrzennego w warstwie zaporowej wynosi (rys.8.2)

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < -d_p \\ -eN_A & \text{dla } -d_p < x < 0 \\ eN_D & \text{dla } 0 < x < d_n \\ 0 & \text{dla } x > d_n \end{cases} \quad (8.4)$$

Zgodnie z równaniem Poissona ładunek elektryczny $\rho(x)$ (8.10) określa potencjał $U(x)$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0, \quad \text{dla } x < -d_p, \quad (8.5a)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad \text{dla } -d_p < x < 0, \quad (8.5b)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad \text{dla } 0 < x < d_n, \quad (8.5c)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0, \quad \text{dla } x > d_n. \quad (8.5d)$$

Z równań (8.5) dla x - składowej pola elektrycznego mamy

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = C = 0, \quad \text{dla } x < -d_p, \quad (8.6a)$$

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon} x + C = -\frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon} (x + d_p) \quad \text{dla } -d_p < x < 0 \quad (8.6b)$$

$$E_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon} x + C = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon} (d_n - x) , \quad \text{dla } 0 < x < d_n , \quad (8.6c)$$

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = C = 0 , \quad \text{dla } x > d_n . \quad (8.6d)$$

Całkując wzory (8.6) otrzymujemy

$$U(x) = C_1 = U_p(-\infty) ,$$

dla $x < -d_p$, (8.7a)

$$U(x) = \frac{eN_A}{2\epsilon_0 \epsilon} (x + d_p)^2 + U_p(-\infty) ,$$

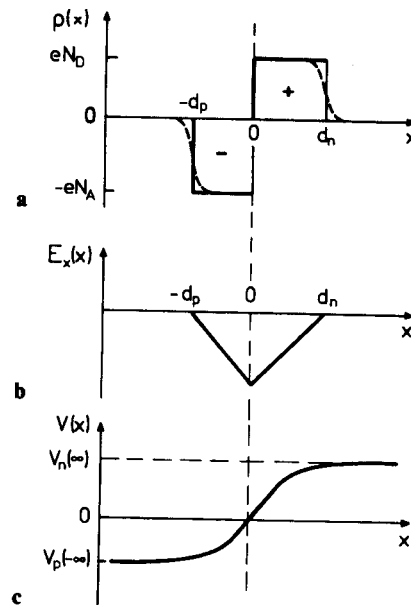
dla $-d_p < x < 0$, (8.7b)

$$U(x) = U_n(+\infty) - \frac{eN_D}{2\epsilon_0 \epsilon} (d_n - x)^2 ,$$

dla $0 < x < d_n$, (8.7c)

$$U(x) = U_n(+\infty) ,$$

dla $x > d_n$. (8.7d)



Rys.8.2. Model Schottky'ego
dla złącza $p - n$

Przy $x = 0$ ze wzorów (8.6b) i (8.6c) musi wynikać ta sama wartość x - składowej pola elektrycznego, a stąd otrzymujemy warunek

$$N_A d_p = N_D d_n . \quad (8.8)$$

Z ciągłości potencjału w punkcie $x = 0$ i ze wzorów (8.7b) i (8.7c) otrzymujemy

$$\frac{e}{2\epsilon_0 \epsilon} (N_A d_p^2 + N_D d_n^2) = U_n(+\infty) - U_p(-\infty) = U_D . \quad (8.9)$$

Tu U_D - napięcie dyfuzyjne (kontaktowe).

Z równań (8.8) i (8.9) wynika, że

$$d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon U_D}{e}} \cdot \sqrt{\frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)}} , \quad (8.10)$$

$$d_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon U_D}{e}} \cdot \sqrt{\frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)}} . \quad (8.11)$$

Efekt Halla

Zjawisko Halla należy do grupy zjawisk *galwanomagnetycznych* i występuje wtedy, gdy półprzewodnik znajduje się w wzajemnie prostopadłych do siebie elektrycznym ($\vec{E} \parallel Ox$) i magnetycznym ($\vec{B} \parallel Oz$) polu (rys.8.3). Fizyka klasycznego zjawiska Halla jest bardzo prosta: na każdy nośnik ładunku q_i (elektron albo dziura), poruszający się w kierunku osi Ox z prędkością v_i działa, ze strony pola magnetycznego, siła Lorentza, skierowana wzdłuż osi Oy . Siła Lorentza, działająca w kierunku Oy powoduje rozdzielenie ładunków (dodatnich i ujemnych) wskutek czego próbka staje się spolaryzowana w kierunku osi Oy . Rozdzielone ładunki elektryczne wytwarzają pole elektryczne \vec{E}_H , które nazywa się *polem Halla*. Rozważmy najpierw półprzewodnik typu n i niech v_n będzie prędkością elektronu wzdłuż osi Ox . Wtedy dla pola elektrycznego działającego na elektrony możemy zapisać

$$E_{ny} = E_H + v_n B = E_H + \frac{j_{nx}}{ne} B = E_H + \frac{\sigma_n}{ne} E_x B = E_H + \mu_n E_x B . \quad (8.12a)$$

Tu $\mu_n = \sigma_n / ne$ jest ruchliwością elektronu.

Pole (8.12) powoduje powstawanie prądu wzdłuż osi Oy , gęstość którego wynosi

$$j_{ny} = en\mu_n E_{ny} = en\mu_n E_H + en\mu_n^2 E_x B , \quad (8.13a)$$

gdzie n - koncentracja elektronów.

Analogiczne wzory możemy zapisać dla półprzewodnika typu p

$$E_{py} = E_H - v_p B = E_H - \frac{j_{px}}{pe} B = E_H - \frac{\sigma_p}{pe} E_x B = E_H - \mu_p E_x B , \quad (8.12b)$$

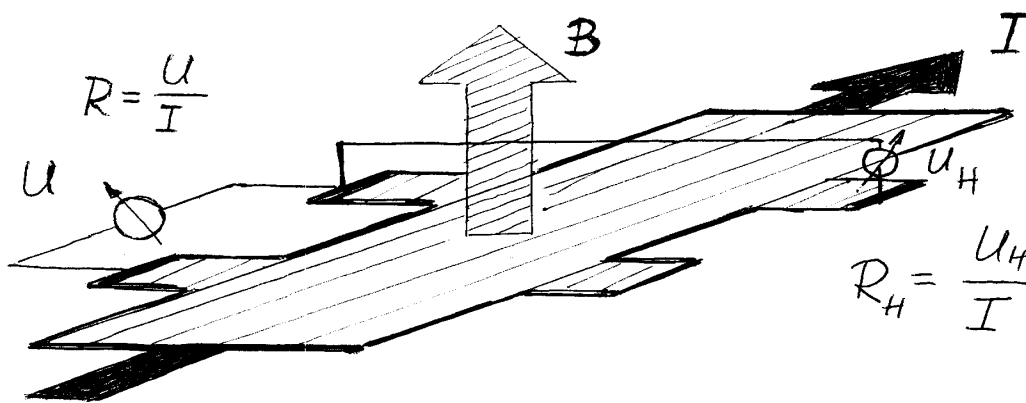
gdzie P - koncentracja dziur i $\mu_p = \sigma_p / pe$ jest ruchliwością dziur.

Dalej

$$j_{py} = ep\mu_p^2 E_{py} = ep\mu_p E_H - ep\mu_{pn}^2 E_x B . \quad (8.13b)$$

Ze wzorów (8.13) otrzymujemy, że jeżeli w próbce występują oba rodzaje nośników prądu, to wypadkowa gęstość prądu w kierunku osi Oy wynosi

$$j_y = j_{ny} + j_{py} = e(n\mu_n + p\mu_p)E_H + e(n\mu_n^2 - p\mu_p^2)E_x B . \quad (8.14)$$



Rys.8.3. Schemat układu doświadczalnego do obserwacji efektu Halla

W stanie stacjonarnym $j_y = 0$, a zatem ze wzoru (8.14) otrzymujemy

$$E_H = \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{n\mu_n + p\mu_p} E_x B . \quad (8.15)$$

Biorąc pod uwagę, że

$$j_x = j_{nx} + j_{px} = e(n\mu_n + p\mu_p)E_x , \quad (8.16)$$

zapiszmy wzór (8.15) w postaci

$$E_H = R_H (B \cdot j_x) . \quad (8.17)$$

Tu

$$R_H = \frac{1}{e} \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{(n\mu_n + p\mu_p)^2} \quad (8.18a)$$

nazywa się *stałą Halla*.

Ze wzoru (8.18a) dla półprzewodnika n ($n \gg p$) otrzymujemy

$$R_{Hn} = \frac{1}{en} . \quad (8.18b)$$

W przypadku półprzewodnika p ($p \gg n$) ze wzoru (8.18a) mamy

$$R_{Hp} = -\frac{1}{ep} . \quad (8.18c)$$

Jeżeli oznaczymy przez d grubość płytki z półprzewodnika, a przez b jej szerokość, to dla *napięcia Halla* oraz dla prądu I płynącego w kierunku osi Ox możemy zapisać

$$U_H = E_H \cdot b , \quad (8.19)$$

$$I = j_x \cdot (bd) . \quad (8.20)$$

Biorąc pod uwagę (8.19) i (8.20), ze wzoru (8.17) otrzymujemy

$$U_H = \rho_H I , \quad (8.21)$$

gdzie

$$\rho_H = \frac{U_H}{I} = \frac{R_H}{d} B \quad (8.22)$$

nazywa się *oporem Halla*.

Ze wzoru (8.22) widać, że opór Halla, a również stałą Halla, łatwo wyznaczyć z pomiarów U_H i I . Zwróćmy uwagę, że stała Halla zależy od koncentracji i ruchliwości elektronów i donorów i to jest jednym z podstawowych parametrów mierzonych w półprzewodnikach.

"Dwuwymiarowy" gaz elektronowy i biheterozłącze

Nowoczesna technologia (na przykład, epitaksja z wiązki molekularnej albo działanie silnym polem ultradźwiękowym, wskutek czego powstaje periodyczna deformacja sieci - fala stojąca ciśnieniowa) daje możliwość tworzenia tak zwanych *supersieci*. Supersiecią nazywa się

struktura krystaliczna, w której na nośniki ładunku elektrycznego działa dodatkowe pole elektryczne periodyczne, lecz z okresem znacznie przewyższającym stałą sieci krystalicznej. Zwykle takie pole dodatkowe działa w jednym kierunku przestrzennym. Koniecznym warunkiem istnienia supersieci jest warunek, żeby średnia droga swobodna nośnika w supersieci była znacznie większa niż okres dodatkowego potencjału. Supersieci wykazują niezwykle właściwości w porównaniu z zwykłymi materiałami i wskutek tego znajdują szerokie zastosowanie w fizyce i technice półprzewodników.

Jako przykład złożonej struktury półprzewodnikowej, wykazującej nadzwyczajne właściwości, rozważmy tak zwane *biheterozłącze* (rys.8.4). Wykażemy, że w takiej strukturze biheterozłączonej ruch nośników w warstwie środkowej jest skwantowany w kierunku osi z . Natomiast w płaszczyźnie prostopadłej do osi kwantowania, czyli w płaszczyźnie xy , ruch elektronów jest swobodny. Gaz elektronowy w takiej wąskiej warstwie możemy rozważać za *kwazidwuwymiarowy gaz elektronowy*.

Równanie Schrödingera dla tego biheterozłącza ma postać

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_x^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{m_y^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - eU(z) \right] \cdot \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) . \quad (8.23)$$

Rozwiązanie równania (8.23) będziemy szukali w postaci

$$\psi(\vec{r}) = \phi_j(z) \exp(ik_x x + ik_y y) . \quad (8.24)$$

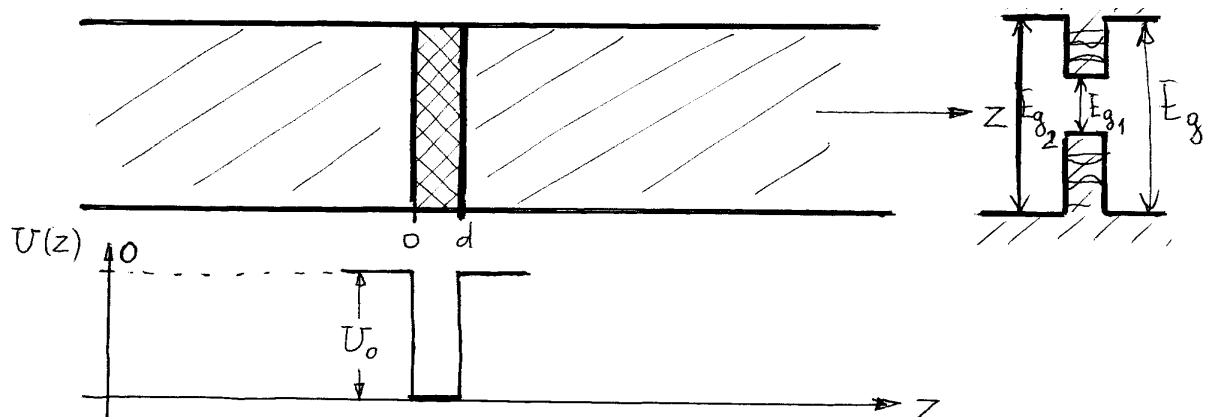
Wtedy równanie (8.23) można rozdzielić na dwa niezależne równania

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - eU(z) \right] \cdot \phi_j(z) = \varepsilon_j \phi_j(z) . , \quad (8.25)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_x^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{m_y^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \cdot e^{ik_x x + ik_y y} = E_{xy} e^{ik_x x + ik_y y} . \quad (8.26)$$

Z równania (8.26) wynika, że

$$E_{xy} = \frac{\hbar^2}{2m_x^*} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_y^*} k_y^2 . \quad (8.27)$$



Rys.8.4. Biheterozłącze

Dla tego, żeby wyznaczyć ϵ_j z równania (8.25) musimy wiedzieć jawną postać funkcji potencjalnej $U(z)$. Jeżeli dla uproszczenia założymy, iż ta studnia potencjalna ma nieskończenie wysokie ścianki:

$$U(z) = U_0 = \text{const} \quad , \quad \text{dla } 0 \leq z \leq d \quad , \quad (8.28a)$$

$$U(z) = 0 \quad \text{dla } z > d \text{ i } z < 0 \quad . \quad (8.28b)$$

to rozwiązanie równania (8.25) ma postać

$$\phi_n = A \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \quad , \quad \epsilon_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_z^* \cdot d^2} \cdot n^2 \quad . \quad (8.29)$$

Tu $n = 1, 2, 3, \dots$.

Ze wzorów (8.27) i (8.29) dla całkowitej energii elektronu otrzymujemy

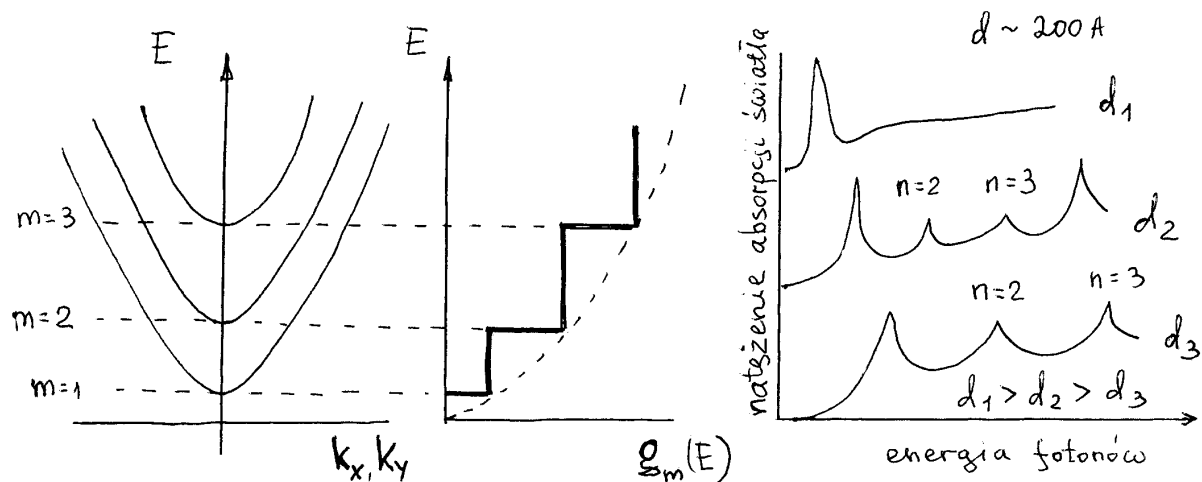
$$E_m = \frac{\hbar^2}{2m_x^*} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_y^*} k_y^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_z^* \cdot d^2} \cdot m^2 \quad . \quad (8.30)$$

Ze wzoru (8.30) wynika, że w odróżnieniu od elektronów swobodnych w metali, ograniczenie ruchu swobodnego elektronów w kierunku osi z powoduje, że kula Fermiego, zawierająca wszystkie możliwe wartości wektorów falowych \vec{k} przechodzi w zbór "naleśników". Dla

każdej wartości liczby kwantowej m istnieje w przestrzeni odwrotnej na płaszczyźnie (k_x, k_y) dwuwymiarowe pasmo paraboliczne (rys.8.5).

Wykażemy, że te dwuwymiarowe pasma paraboliczne mają stałą gęstość stanów $dn/dE = g_m(E) = const$. Zapiszmy wzór (8.27) w postaci

$$E_{xy} = \frac{\hbar^2}{2m_x^*} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_y^*} k_y^2 = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{\perp}^*} \quad (8.31)$$



Rys.8.5. Kwantyzacja ruchu kwazidwuwymiarowego gazu elektronowego i widma absorpcyjne wykazujące wystąpienie kwantowego efektu rozmiarowego.

W przypadku dwuwymiarowym w pierwszej strefie Brillouina objętości $\Omega = (2\pi)^2 / V_0$ (gdzie V_0 - objętość komórki sieci prostej) znajdują się N stanów. A zatem liczba dn stanów, przypadających na warstwę $(k_{\perp}, k_{\perp} + dk_{\perp})$ jest równa

$$dn = N \frac{2\pi k_{\perp} dk_{\perp}}{\Omega} \quad (8.32)$$

Zgodnie ze wzorem (8.31) mamy

$$dk_{\perp} = \sqrt{\frac{m_{\perp}^*}{2\hbar^2}} \frac{dE_{xy}}{\sqrt{E_{xy}}} \quad (8.33)$$

Biorąc pod uwagę wzór (8.33) oraz uwzględniając, że $k_{\perp} dk_{\perp} = (m_{\perp}^* / \hbar^2) dE_{xy}$, ze wzoru (8.32) otrzymujemy

$$dn = N \frac{2k_{\perp} dk_{\perp}}{\Omega} = V \frac{m_{\perp}^*}{2\hbar^2 \pi} dE_{xy} = g_m(E) dE . \quad (8.34)$$

Skąd dla jednostkowej objętości ($V = 1$) ciała mamy

$$g_m(E) = \frac{m_{\perp}^*}{2\hbar^2 \pi} = const . \quad (8.35)$$

Całkowita gęstość stanów $g(E)$ wszystkich podpasm jest, więc sumą gęstości stanów $g_m(E)$ dla poszczególnych dwuwymiarowych podpasm, czyli będzie funkcją schodkową pokazaną na rys.8.5. Ze wzoru (8.30) wynika, że zmniejszenie grubości d półprzewodnika wąskoprzerwowego powoduje przesuwanie dyskretnych stanów energetycznych w stronę wyższych wartości energii. Ten efekt jest nazywany *kwantowym efektem rozmiarowym* i jego wystąpienie w półprzewodnikach jest zilustrowane na rys.8.5.

Zadania do Wykładu 8

8.1. Wyprowadzić wzór (8.3).

8.2. Korzystając ze wzoru (8.3) wykazać, że przy $\epsilon \approx 10$ "promień" ekscytonu w 10 razy przewyższa promień Borha dla atomu wodoru.

8.3. Korzystając ze wzorów na koncentracji elektronów i dziur po obu stronach złącza $p-n$ wykazać, że napięcie kontaktowe U_D wynosi

$$U_D = U_n(+\infty) - U_p(-\infty) = E_g + kT \cdot \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right),$$

gdzie n_i^2 - koncentracja elektronów czystego półprzewodnika (bez domieszek); N_A - koncentracja akceptorów; N_D - koncentracja donorów.

8.4. Zakładając, że $N_A = 5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ i $N_D = 2 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ oszacować napięcie kontaktowe dla germanu przy a) $T = 77 \text{ K}$ i b) $T = 300 \text{ K}$.

8.5. Zwykle napięcie kontaktowe U_D jest rzędu $1V$. Zakładając, że $\epsilon \approx 12$ i $N_A \approx N_D \approx 10^{20} - 10^{24} \text{ m}^{-3}$ wykazać, że a) obszar ładunku przestrzennego wynosi $d_n = d_p \approx 10^4 - 10^2 \text{ \AA}$; b) natężenie pola elektrycznego w tych obszarach wynosi $E \approx (10 - 10^3) \text{ kV/cm}$.

8.6. Wykazać, że gęstość ładunku jednowymiarowego zawartego między nieskończenie wysokimi barier potencjalnych ($V(x) = \infty, x < 0, x > l$; $V(x) = 0, l \geq x \geq 0$) jest modulowana z okresem $\pi k_F = a$. Takie oscylacje ładunku związane z zaburzeniami, które wnoszą ścianki nazywają się *oscylacjami Friedla*.

Wskazówka. Skorzystać z tego, że funkcja falowa elektronu znajdującego się między nieskończenie wysokimi barier potencjalnych ma postać

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin\left(n \frac{\pi x}{l}\right).$$

8.7. Wykazać, że rozwiązanie stacjonarne równań ruchu elektronu w stałym polu elektrycznym o natężeniu \vec{E} i stałym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B} \parallel Oz$ ma postać

$$v_x = \frac{e\tau}{m} E_x + \omega_c \tau \cdot v_y, \quad (8.36a)$$

$$v_y = \frac{e\tau}{m} E_y - \omega_c \tau \cdot v_x, \quad (8.36b)$$

$$v_z = \frac{e\tau}{m} E_z, \quad (8.36c)$$

gdzie τ jest czas średni między zderzeniami elektronów, a $\omega_c = eB/m$ - częstość cyklotronowa.

8.8. Korzystając z rozwiązania (8.36) wykazać, że a) przy $\vec{E}(E,0,0)$ pole Halla wynosi

$$E_H = \frac{eB\tau}{m} \cdot E ;$$

b) stała Halla jest równa

$$R_H = \frac{1}{ne} .$$

8.9. Płytkę metalowa o grubości $d = 0,1 \text{ mm}$ i koncentracji elektronów $n = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ znajduje się w polu magnetycznym o indukcji $B = 0,1 \text{ T}$. Przez płytkę płynie prąd o natężeniu 10 mA . Obliczyć napięcie Halla.

8.10. Płytkę z półprzewodnika typu n o grubości $d = 0,2 \text{ mm}$ i koncentracji elektronów $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ znajduje się w polu magnetycznym o indukcji $B = 0,1 \text{ T}$. Przez płytkę płynie prąd o natężeniu 10 mA . Obliczyć napięcie Halla.

8.11. Płytkę z półprzewodnika typu p o grubości $d = 10 \text{ mm}$ i długości $l = 50 \text{ mm}$ znajduje się w polu magnetycznym o indukcji $B = 0,5 \text{ T}$. Różnica potencjałów między końcami płytki wynosi 10 V . Napięcie Halla jest równe $U_H = 50 \text{ mV}$, a własny opór wynosi $\rho = 2,5 \Omega \cdot \text{cm}$. Znaleźć koncentrację i ruchliwość dziur.

8.12. Samoistny półprzewodnik znajduje się w polu magnetycznym o indukcji B ($\vec{B} \parallel Oz$) i polu elektrycznym o natężeniu E ($\vec{E} \parallel Ox$). Wykazać, że różnica ruchliwości elektronów i dziur jest określona wzorem

$$\mu_n - \mu_p = \frac{1}{\eta B},$$

gdzie $\eta = E / E_H$.

8.13. W półprzewodniku, dla którego $\mu_n = 5\mu_p$ efekt Halla nie obserwuje się. Wykazać, że stosunek koncentracji dziur do koncentracji elektronów w tym półprzewodniku wynosi 25.

8.14. Ruch elektronu "swobodnego" o masie efektywnej m^* możemy opisać w ciele stałym umieszczonym w stałe pole elektryczne \vec{E} i stałe pole magnetyczne \vec{B} korzystając z równania

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e \cdot [\vec{v} \times \vec{B}] - \frac{m^*}{\tau} \vec{v}. \quad (8.37)$$

W prawej stronie (8.37) pierwsze dwa wyrazy opisują siłę Lorentza, zaś ostatni wyraz określa "tłumienie" ruchu elektronu (τ - czas relaksacji).

Korzystając z równania (8.37) udowodnić, że gęstość prądu w przypadku, gdy $\vec{B} = 0$ i $\vec{E}(E_x, 0, 0)$ wynosi

$$j_x = ne v_x = \frac{ne^2 \tau}{m^*} E_x \equiv \sigma_0 E_x. \quad (8.38)$$

8.15. Korzystając z równania (8.37) wykazać, że gęstość prądu w przypadku, gdy $\vec{B}(0, 0, B)$ i $\vec{E}(E_x, 0, 0)$ wynosi

$$j_x = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} E_x, \quad (8.39)$$

gdzie $\omega_c = eB/m^*$ częstość cyklotronowa elektronu.

Ze wzoru (8.39) widać, że w polu magnetycznym opór właściwy wzrasta. Ten, zależny od pola magnetycznego opór nosi nazwę *magnetooporu*.