

## Wykład 7

---

### Pojęcie i własności dziury

---

Jeżeli z zapełnionego pasma jeden elektron przechodzi na poziom w wyższym paśmie, w pasmie pozostają  $(2N - 1)$  elektronów. Właściwości takiego pasma zawierającego  $(2N - 1)$  elektronów można opisać wprowadzając pojęcie nowej kwazicząstki - *dziury*.

Jeśli oznaczymy przez  $\phi_e(\vec{k}_{ie})$  pewną funkcję charakteryzującą elektron o wektorze falowym  $\vec{k}_{ie}$ , to wartość tej samej funkcji określającej dziurę pasma, w którym brakuje elektronu w stanie  $j$  opisuje wzór

$$\phi_d(\vec{k}_{jd}) \equiv \sum_{i \neq j}^{2N} \phi_e(\vec{k}_{ie}) . \quad (7.1)$$

Wektor falowy dziury jest równy

$$\vec{k}_{jd} \equiv \sum_{i \neq j}^{2N} \vec{k}_{ie} = \sum_i^{2N} \vec{k}_{ie} - \vec{k}_{je} = -\vec{k}_{je} . \quad (7.2)$$

Tu skorzystaliśmy z faktu, że dla pasma obsadzonego całkowicie

$$\sum_i^{2N} \vec{k}_{ie} = 0 . \quad (7.3)$$

Energia wszystkich elektronów w paśmie jest równa

$$E_0 = \sum_i^{2N} E_e(\vec{k}_{ie}) . \quad (7.4)$$

A zatem energia dziury wynosi

$$E_d(\vec{k}_d) = E_0 - E_e(\vec{k}_e) . \quad (7.5)$$

Jeżeli przyjmiemy, że  $E_0 = 0$ , to ze wzoru (7.5) mamy

$$E_d(\vec{k}_d) = -E_e(\vec{k}_e) . \quad (7.6)$$

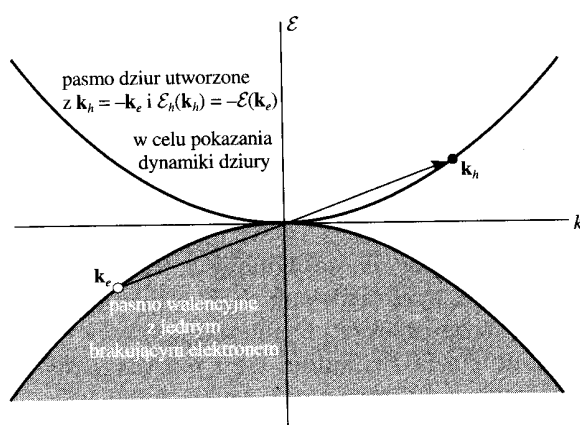
Uwzględniając wzory (7.2) i (7.6), łatwo udowodnić, że prędkość dziury jest równa prędkości usuniętego elektronu

$$\begin{aligned}\vec{v}_d &= \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_d(\vec{k}_d)}{\partial \vec{k}_d} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial [-E_e(\vec{k}_e)]}{\partial (-\vec{k}_e)} = \\ &= \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_e(\vec{k}_e)}{\partial \vec{k}_e} = \vec{v}_e.\end{aligned}\quad (7.7)$$

Równanie ruchu dziury jest takie samo, jak równanie ruchu cząstki o ładunku dodatnim  $+|e|$ .

Istotnie, równanie ruchu dziury w polu elektrycznym o natężeniu  $\vec{E}$

$$\begin{aligned}\hbar \frac{\partial \vec{k}_d}{\partial t} &= -\hbar \frac{\partial \vec{k}_e}{\partial t} = \\ &= -(-|e|\vec{E}) = +|e|\vec{E}\end{aligned}\quad (7.8)$$



Rys.7.1. Pasmo dziur i elektronów

Masa efektywna dziury ma znak przeciwny znakowi masy efektywnej usuniętego elektronu. Istotnie, biorąc pod uwagę (7.2) i (7.6), otrzymujemy ze wzoru (7.8)

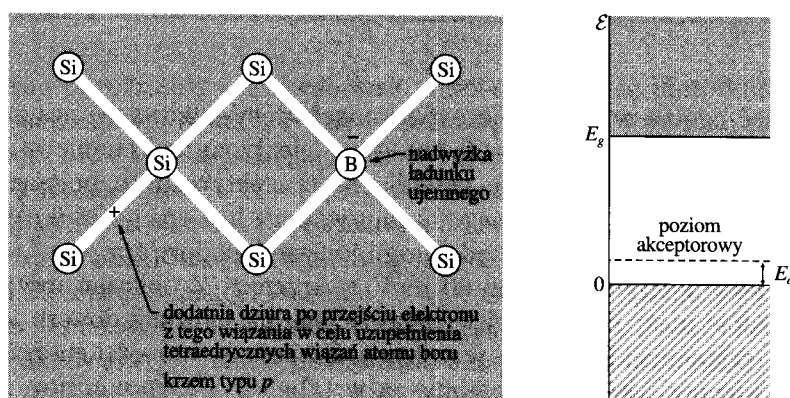
$$m_{nd}^* = \frac{\hbar^2}{\partial^2 E_d(\vec{k}_d) / \partial k_{nd} \partial k_{md}} = -\frac{\hbar^2}{\partial^2 E_e(\vec{k}_e) / \partial k_{ne} \partial k_{me}} = -m_{ne}^*.\quad (7.9)$$

### Półprzewodniki samoistne i domieszkowe

Właściwości półprzewodnikowe wykazuje wiele materiałów. Półprzewodniki czyste chemiczne nazywamy *samoistnymi*. W półprzewodnikach samoistnych wzbudzenia termiczne (albo naświetlanie i tp.) powodują przejścia elektronów z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa. Powstałe w taki sposób elektrony swobodne w paśmie przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym, liczba których oczywiście równa się liczbie elektronów swobodnych, są w stanie przewodzić prąd elektryczny. Więc w półprzewodnikach zawsze

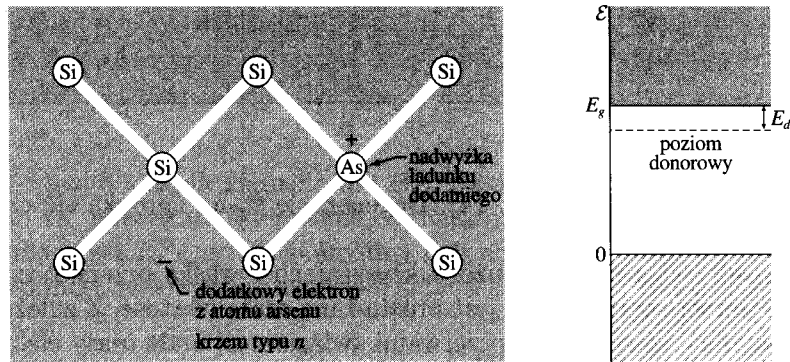
istnieje dwa rodzaje prądów: *prąd dziur* w paśmie walencyjnym i *prąd elektronów* w paśmie przewodnictwa.

Półprzewodniki zawierające domieszki nazywamy *domieszkowymi*. Na rys. 7.2(a) pokazany schemat ilustrujący działanie domieszek atomów boru i arsenu, wprowadzonych do germanu. W czystym germanie każdy atom germanu jest związany wiązaniami kowalencyjnymi z czterema sąsiednimi atomami, znajdujących się w wierzchołkach czworościanu foremnego (tetraedru). Atom boru ( $B - 1s^2 2s^2 2p$ ) ma na  $p$ -powłoce elektronowej o jeden elektron mniej niż atom germanu ( $Ge - Ar 4s^2 4p^2$ ), a zatem jeżeli jeden z atomów germanu zostanie zamieszczony przez atom boru, to jedno z wiązań pozostanie niewysycone. Niewysycone wiązanie może być uzupełnione dowolnym elektronem z pasma walencyjnego germanu. Wymaga to energii około 0.04 eV, a to oznacza, że domieszkowy atom boru kreuje dodatkowy poziom domieszkowy, leżący blisko wierzchołka pasma walencyjnego (rys.7.2a).



Rys.7.2a. German z atomami domieszkowymi boru ( $B$ ). Obok pokazana struktura pasmowa półprzewodnika z domieszkami akceptorowymi

Funkcja falowa, odpowiadająca temu poziomowi szybko znika z odległością od atomu boru. Elektron, który przeniósł się na poziom domieszkowy, zostawił w paśmie walencyjnym dziurę. Domieszki, które "zabierają" elektrony z pasma walencyjnego nazywają *akceptorami*. Poziomy tych atomów nazywamy *poziomami akceptorowymi*. Będziemy oznaczali odległość poziomu akceptorowego od wierzchołka pasma walencyjnego przez  $\Delta E_a$  (rys.7.2a).



Rys.7.2b. German z atomami domieszkowymi arsenu ( $As$ ). Obok pokazana struktura pasmowa półprzewodnika z domieszkami donorowymi.

Atom arsenu ( $As - Ar4s^2 4p^3$ ) ma o jeden elektron za dużo w porównaniu z atomem germanu ( $Ar4s^2 4p^2$ ), a zatem jeżeli jeden z atomów germanu zostanie zamieszczony przez atom arsenu, to jeden z elektronów pozostanie swobodny. Dzięki temu ten nie sparowany elektron może łatwo przejść do pasma przewodnictwa. Wymaga to energii około 0.05 eV, a to oznacza, że domieszkowy atom arsenu kreuje dodatkowy poziom domieszkowy, leżący blisko dna pasma przewodnictwa (rys.7.2b). Funkcja falowa, odpowiadająca temu poziomowi też szybko znika z odległością od atomu arsenu. Domieszki, które "dostarczają" elektrony do pasma przewodnictwa nazywają *donorami*. Poziomy tych atomów nazywamy *poziomami donorowymi*. Będziemy oznaczali odległość poziomu donorowego od dna pasma przewodnictwa przez  $\Delta E_d$  (rys.7.2b).

Półprzewodniki, w których dominuje dziurowy mechanizm przewodnictwa nazywamy *półprzewodnikiem typu p* (od angl. słowa "positive"). Półprzewodniki, w których dominuje elektronowy mechanizm przewodnictwa nazywamy *półprzewodnikiem typu n* (od angl. słowa "negative").

### Poziom Fermiego i koncentracja nośników w półprzewodnikach

W odróżnieniu od przewodnictwa typu metalicznego, przewodnictwo półprzewodników silnie zależy od temperatury i domieszek. Koncentracje elektronów  $n$  znajdujących się w paśmie przewodnictwa, oraz dziur  $P$  w paśmie walencyjnym znajdziemy w

sposób standardowy, korzystając z funkcji rozkładu Fermiego  $f(E)$ , pomnożonej przez funkcję gęstości stanów  $g(E)$ :

$$n = \int_{E_C}^{\infty} f(E) g_n(E - E_C) dE, \quad (7.10)$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} [1 - f(E)] g_p(E_V - E) dE. \quad (7.11)$$

Gęstość stanów w paśmie przewodnictwa i paśmie walencyjnym wynosi

$$g_n(E - E_C) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_C} \quad (E > E_C). \quad (7.12)$$

$$g_p(E_V - E) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_V - E} \quad (E < E_V). \quad (7.13)$$

We wzorach (7.10) - (7.13)  $E_C$  oznacza energię dna pasma przewodnictwa, a  $E_V$  - energię wierzchołka pasma walencyjnego.

Ponieważ w zwykłych temperaturach "szerokość" funkcji Fermiego ( $\sim 2 kT$ ) jest w zwykłych temperaturach mała w porównaniu z przerwą między pasmami ( $\sim 1$  eV), funkcję Fermiego wewnątrz pasm ( $E < E_V$  i  $E > E_C$ ) możemy zamienić rozkładem Boltzmanna

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + e^{\beta(E - E_F)}} \approx \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right) \ll 1, \quad (7.14a)$$

$$\begin{aligned} f_p(E) = 1 - f(E) &= 1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(E - E_F)}} = \frac{e^{\beta(E - E_F)}}{1 + e^{\beta(E - E_F)}} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-\beta(E - E_F)}} \approx \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) \approx 1 \end{aligned} \quad (7.14b)$$

Półprzewodniki, dla których są słuszne wzory (7.14) (oraz wynikające stąd wzory (7.17) i (7.18)) nazywamy *niezdegenerowanymi*.

Biorąc pod uwagę wzory (7.10) - (7.14) dla koncentracji elektronów i dziur otrzymujemy

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{E_F/kT} \int_{E_C}^{\infty} \sqrt{E - E_C} \cdot e^{-E/kT} dE, \quad (7.15)$$

$$p = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-E_F/kT} \int_{-\infty}^{E_V} \sqrt{E_V - E} \cdot e^{E/kT} dE. \quad (7.16)$$

Podstawiając  $x = (E - E_C)/kT$  do wzoru (7.15) oraz  $y = (E_V - E)/kT$  do wzoru (7.16) otrzymujemy

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{(E_F - E_C)/kT} (kT)^{3/2} \int_0^{\infty} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx \\ &= 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) = N_{ef}^C \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right), \end{aligned} \quad (7.17)$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} e^{(E_V - E_F)/kT} \int_0^{\infty} \sqrt{y} \cdot e^{-y} dy \\ &= 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) = N_{ef}^V \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right). \end{aligned} \quad (7.18)$$

Tu uwzględniliśmy, że

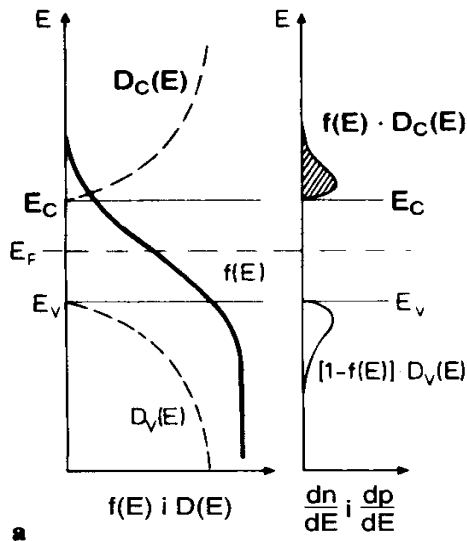
$$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \Gamma(3/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

We wzorach (7.17) i (7.18)

$$N_{ef}^C = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}, \quad (7.19)$$

$$N_{ef}^V = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} . \quad (7.20)$$

Ze wzorów (7.17) i (7.18) wynika, że koncentracji elektronów i dziur podlegają statystyce Boltzmann.



Wprowadzenie tak zwanych "efektywnych gęstości stanów"  $N_{ef}^C$  i  $N_{ef}^V$  daje możliwość formalne rozważać zamiast całego pasma przewodnictwa (albo pasma walencyjnego) tylko jeden poziom  $E_C$  (albo  $E_V$ ) z gęstością stanów  $N_{ef}^C$  (albo  $N_{ef}^V$ ) zależną od temperatury.

W półprzewodnikach samoistnych koncentracja swobodnych elektronów równa się koncentracji dziur ( $n = p$ ), a zatem ze wzorów (7.17) i (7.18) otrzymujemy następujące równanie na poziom Fermiego  $E_{F_i}$

Rys.7.3. Rozkład elektronów i dziur w pasmach

$$e^{2E_{F_i}/kT} = \frac{N_{ef}^V}{N_{ef}^C} e^{(E_V + E_C)/kT} . \quad (7.21)$$

Skąd

$$E_{F_i} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) . \quad (7.22)$$

Ze wzoru (7.22) widać, że poziom Fermiego w półprzewodnikach ma inny sens fizyczny niż w metalach. Jeżeli  $T = 0$ , to poziom Fermiego leży dokładnie w środku przerwy energetycznej. Pasma leżące poniżej  $E_F$  są zapełnione, ale poziom Fermiego nie styka się z nim. Więc w półprzewodnikach w odróżnieniu od metali poziom Fermiego nie ma nic wspólnego z maksymalną energią elektronów przewodnictwa, a zatem musimy traktować jego jako potencjał chemiczny, określający warunki równowagi półprzewodnika.

Z równań (7.17) i (7.18) wynika, że

$$n \cdot p \equiv n_i^2 = N_{ef}^C N_{ef}^V e^{-(E_C - E_V)/kT} = 4 \cdot \left( \frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} e^{-E_g/kT}. \quad (7.23)$$

Równanie (7.23) znane jako *prawo działania mas* jest słuszne dla dowolnego (nie tylko samoistnego!) półprzewodnika. Z tego prawa wynika, że wystarczy wiedzieć tylko koncentrację jednego z nośników (elektronów albo dziur).

Dla półprzewodników samoistnych ( $n = p$ )

$$n_i = n = p = 2 \cdot \left( \frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} e^{-E_g/2kT}. \quad (7.24)$$

Ze wzoru (7.24) wynika, że przy  $T = 300K$  i  $E_g \approx 1eV$  koncentracja nośników jest rzędu  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ .

### Koncentracja nośników i poziom Fermiego w półprzewodnikach domieszkowanych

Najpierw zauważmy, że ze wzoru (7.22) wynika

$$2E_{F_i} - E_C - E_V = \frac{3}{2} kT \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right). \quad (7.25)$$

Skąd

$$\left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right)^{3/4} = \exp \left( \frac{2E_{F_i} - E_C - E_V}{2kT} \right). \quad (7.26)$$

Przypomnimy, że tu  $E_{F_i}$  jest poziom Fermiego w przypadku półprzewodnika samoistnego (bez domieszek).



Korzystając ze wzorów (7.17) i (7.26) otrzymujemy

$$\begin{aligned}
 n &= 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) = n_i \left( \frac{m_n^*}{m_p^*} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right) \\
 &= n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{F_i}}{kT}\right). \tag{7.27}
 \end{aligned}$$

W podobny sposób ze wzorów (7.18) i (7.26) otrzymujemy

$$p = n_i \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right)^{3/4} \exp\left(\frac{-2E_F + E_V + E_C}{2kT}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_{F_i} - E_F}{kT}\right). \tag{7.28}$$

Równania (7.27) i (7.28) określają koncentrację nośników w dowolnym niezdegenerowanym półprzewodniku. Ze wzoru (7.27) wynika, że domieszki donorowe, zwiększając koncentrację elektronów w paśmie przewodnictwa ( $n > n_i$ ), przesuwają poziom Fermiego w stronę dna pasma przewodnictwa. Natomiast domieszki akceptorowe, jak wynika ze wzoru (7.28), zwiększając koncentrację dziur ( $p > n_i$ ), powodują przesunięcie poziomu Fermiego w stronę pasma walencyjnego.

Rozważmy półprzewodnik, który zawiera ( $N_D$ ) donorowych i ( $N_A$ ) akceptorowych domieszek w jednostce objętości. Oznaczmy przez  $n$  koncentrację elektronów w paśmie przewodnictwa; przez  $N_D^0$  - koncentrację elektronów na poziomach donorowych (koncentracja niezjonizowanych donorów); przez  $p$  - koncentrację dziur w paśmie walencyjnym i przez  $N_A^0$  - koncentrację dziur na poziomach akceptorowych (zakładamy, że nie wszystkie atomy akceptorowe "otrzymały" elektrony z pasma walencyjnego). W temperaturze pokojowej wszystkie atomy domieszek są zjonizowane a zatem  $N_A^0 \approx N_D^0 \approx 0$ . Z warunku neutralności elektrycznej kryształu, który oznacza, że łączna liczba (koncentracja) elektronów w paśmie przewodnictwa ( $n$ ) oraz na poziomach akceptorowych ( $N_A$ ) musi być równa łącznej liczbie dziur w paśmie walencyjnym ( $p$ ) i na poziomach donorowych ( $N_D$ ), wynika, że

$$p + N_D = n + N_A. \tag{7.29}$$

Po podstawieniu do tego równania wyrażenia  $p = n_i^2 / n$ , które wynika z prawa działania mas, otrzymujemy następujące równanie na koncentrację elektronów ( $n_n$ ) w półprzewodnikach typu  $n$  ( $N_D > N_A$ )

$$n_n^2 - (N_D - N_A)n_n - n_i^2 = 0 . \quad (7.30)$$

Rozwiązanie równania (7.30) ma postać

$$n_n = \frac{N_D - N_A}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{(N_D - N_A)^2}} \right] . \quad (7.31)$$

W większości stosowanych w praktyce półprzewodników elektronowych ( $N_D - N_A$ )  $\gg n_i$ , a zatem ze wzoru (7.31) otrzymujemy

$$n_n \approx (N_D - N_A) . \quad (7.32)$$

Wtedy, z prawa działania mas (7.23), dla koncentracji dziur w półprzewodniku typu  $n$  mamy

$$p_n \approx \frac{n_i^2}{N_D - N_A} . \quad (7.33)$$

Dla półprzewodników typu  $P$ , po podstawieniu do równania (7.29) wyrażenia  $n = n_i^2 / p$ , otrzymujemy następujące równanie na koncentrację dziur ( $p_p$ ) w półprzewodnikach typu  $P$  ( $N_A > N_D$ )

$$p_p^2 - (N_A - N_D)p_p - n_i^2 = 0 . \quad (7.34)$$

Rozwiązanie równania (7.34) ma postać

$$p_p = \frac{N_A - N_D}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{(N_A - N_D)^2}} \right] . \quad (7.35)$$

W większości stosowanych w praktyce półprzewodników elektronowych ( $N_A - N_D$ )  $\gg n_i$ , a zatem ze wzoru (7.35) otrzymujemy

$$p_p \approx (N_A - N_D) . \quad (7.36)$$

Wtedy, z prawa działania mas (7.23), dla koncentracji dziur w półprzewodniku typu  $n$  mamy

$$n_p \approx \frac{n_i^2}{N_A - N_D} . \quad (7.37)$$

Korzystając z przybliżonych wzorów (7.32) i (7.36), z (7.17) i (7.18) otrzymujemy następujące wzory na poziom Fermiego w półprzewodniku typu  $n$

$$E_F = E_C - kT \ln \left( \frac{N_{ef}^C}{N_D - N_A} \right) , \quad (7.38)$$

oraz w półprzewodniku typu  $p$

$$E_F = E_V + kT \ln \left( \frac{N_{ef}^V}{N_A - N_D} \right) . \quad (7.39)$$

### Przewodnictwo półprzewodników

W odróżnieniu od metali przewodnictwo półprzewodników jest określone przez ruch elektronów oraz dziur. Korzystając ze wzoru (5.20), określającym przewodnictwo metali, zapiszmy przewodnictwo półprzewodnika w postaci

$$\sigma = \frac{e^2 \tau_n}{m_n^*} n + \frac{e^2 \tau_p}{m_p^*} p . \quad (7.40)$$

Tu  $\tau_{n,p}$  - czas relaksacji odpowiednio elektronów i dziur.

Ze ścisłych rozwiązań problemu obliczenia czasów relaksacji  $\tau_n$  i  $\tau_p$  wynika, że ich temperaturowa zależność wskutek rozpraszania na fononach jest wprost proporcjonalna do  $T^{-3/2}$

$$\tau_{n,p} = \alpha_{n,p} T^{-3/2} , \quad (7.41)$$

gdzie  $\alpha_{n,p}$  są współczynnikami proporcjonalności.

W półprzewodnikach samoistnych koncentracje elektronów i dziur określa wzór (7.24), a zatem

$$\sigma_i = \sigma_{0i} \cdot e^{-E_g / 2kT}, \quad (7.42)$$

gdzie

$$\sigma_{0i} = 2e^2 \cdot \left( \frac{k}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} \left( \frac{\alpha_n}{m_n^*} + \frac{\alpha_p}{m_p^*} \right). \quad (7.43)$$

Ze wzoru (7.42) wynika dość proste równanie na znalezienie przerwy energetycznej z danych doświadczalnych  $\sigma_i(T)$

$$\ln \sigma_i(T) = \ln \sigma_{0i} - \frac{E_g}{2kT}. \quad (7.44)$$

W przypadku półprzewodników domieszkowych przewodnictwo elektryczne przy niskich temperaturach ( $T < E_g / k$ ) ma głównie charakter domieszkowy, ponieważ dla domieszek energia potrzebna do oderwania elektronu (lub zapelnienia dziury) jest zwykle kilkadziesiąt razy mniejsza niż  $E_g$ . W temperaturze pokojowej prawie wszystkie domieszki są zjonizowane i temperaturowa zależność przewodnictwa będzie podobna do przewodnictwa w półprzewodnikach samoistnych.

Warto zwrócić uwagę na to, że w półprzewodnikach opór półprzewodnika maleje wraz z temperaturą, podczas gdy w metalach opór rośnie przy oziębianiu próbek.

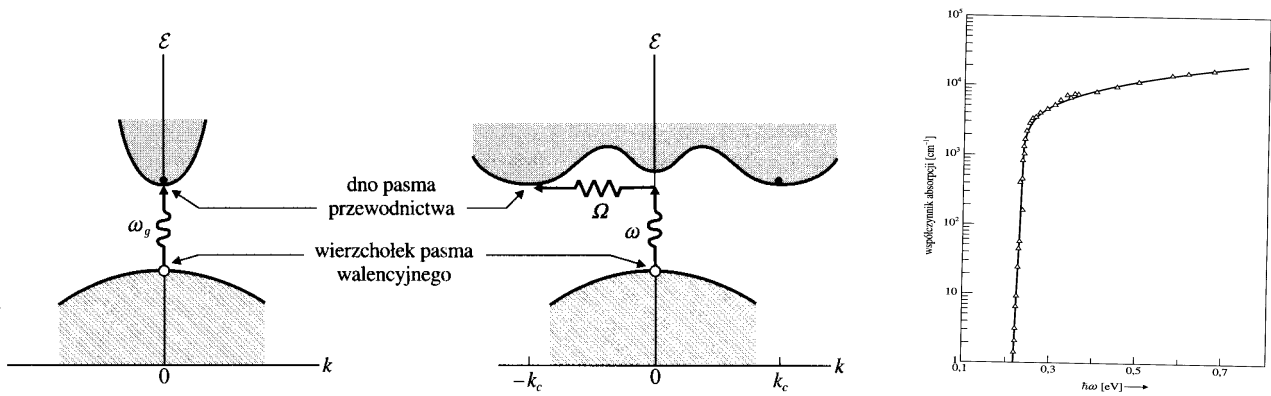
### Właściwości optyczne półprzewodników

Wyróżniają trzy podstawowe mechanizmy oddziaływania światła ze strukturą półprzewodnika. Jeden z nich związany jest z efektem Comptona, czyli z przyspieszeniem swobodnych nośników prądu przez fale elektromagnetyczną. Drugi jest związany z absorpcją międzypasmową, czyli z przejściami elektronów między pasmem walencyjnym i pasmem przewodnictwa (rys.7.4).

Istnienie pasma wzbronionego powoduje, że międzypasmowa absorpcja zachodzi, gdy częstotliwość fali spełnia warunek

$$\omega \geq \omega_g = \frac{E_g}{\hbar}. \quad (7.45)$$

Tu  $\omega_g$  jest progową częstotliwością absorpcji i określa ją wartość przerwy energetycznej  $E_g$ .



a) b)  
Rys.7.4. (a) Przejścia międzypasmowe. (b) Widmo absorpcyjne półprzewodnika

Oprócz *prostych przejść* międzypasmowych, w których cała energia fotonu idzie na przejście elektronu do pasma przewodnictwa, możliwe są *przejścia skośne* (rys.7.4). W przypadku tych przejść część energii i pędu fotonu idzie na wzbudzenie fononu w sieci krystalicznej

$$\hbar\omega_{foton} = E_c + \hbar\omega_{fonon} , \quad \vec{k}_{foton} = \vec{k}_c + \vec{q}_{fonon} .$$

Dodatkowe nośniki prądu, powstałe wskutek naświetlania próbki, są odpowiedzialne za przewodnictwo które nosi nazwę *fotoprzewodnictwa*.

### Zadania dla Wykładu 7

7.1. Udowodnić, że dla pasma obsadzonego całkowicie

$$\sum_i^{2N} \vec{k}_{ie} = 0 .$$

7.2. Wykazać, że masa efektywna dziury na wierzchołku pasma jest dodatnia.

7.3. Dla przewodnika samoistnego masa efektywna elektronu przy dolnej krawędzi pasma przewodnictwa jest w dwa razy większa od masy efektywnej dziury przy górnej krawędzi pasma walencyjnego. Jak daleko od środka przerwy znajduje się energia Fermiego w temperaturze pokojowej?

7.4. W czystym germanu przerwa energetyczna wynosi 0,74 eV, a masy efektywne elektronów i dziur są równe odpowiednio 0,22 i 0,37 masy elektronu swobodnego. a)

Oszacować koncentrację elektronów w paśmie przewodnictwa przy  $T = 300K$ . Określić położenie poziomu Fermiego przy  $T = 300K$ .

7.5. Znaleźć koncentrację elektronów przewodnictwa w  $Ge$ , zawierającym domieszki donorowe o koncentracji  $N_d = 10^{22} m^{-3}$ . Wiadomo, że poziom donorowy znajduje się w odległości  $0,03 eV$  od dna pasma przewodnictwa i  $T = 100K$ .

7.6. a) Wykazać, że koncentracja donorów obsadzonych przez elektrony (bez uwzględnienia spinu elektronu)  $N_D^0$  jest równa

$$N_D^0 = \frac{N_D}{1 + e^{(E_d - E_F)/kT}},$$

gdzie  $N_D$  jest koncentracja atomów domieszkowych, a  $E_d$  - energia jonizacji donoru.

b) Wykazać, że koncentracja zjonizowanych donorów  $N_D^+$  wynosi

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + e^{(E_F - E_d)/kT}}.$$

*Wskazówka:* skorzystać z faktu, że  $N_D^+ + N_D^0 = N_D$ .

7.7. Półprzewodnik o przerwie energetycznej  $E_g = 1 eV$  i  $m_e^* = m_d^* \equiv m_e$  ( $m_e$  jest masa elektronu swobodnego) został domieszkowany atomami akceptorowymi o koncentracji  $N_A = 10^{18} cm^{-3}$ . Poziom akceptorowy znajduje się o  $0,25 eV$  wyżej pasma walencyjnego. Wykazać, że przewodnictwo samoistne w tym półprzewodniku w temperaturze pokojowej jest zbyt małe.

7.8. Półprzewodnik o przerwie energetycznej  $E_g = 2 eV$  i  $m_e^* = m_d^* \equiv m_e$  ( $m_e$  jest masa elektronu swobodnego) został domieszkowany atomami akceptorowymi o koncentracji  $N_A = 10^{18} cm^{-3}$ . Poziom akceptorowy znajduje się o  $0,2 eV$  wyżej pasma walencyjnego. Zakładając, że ruchliwość dziur w temperaturze  $300 K$  jest równa  $100 cm^2 / V \cdot s$ , obliczyć przewodnictwo  $\sigma$  w tym półprzewodniku.