Wykład 3

Dynamika układu punktów materialnych

Siły zewnętrzne i wewnętrzne. Środek masy

W układzie punktów materialnych siły działające na punkty dogodnie jest podzielić na siły wewnętrzne i siły zewnętrzne. *Siły wewnętrzne są to siły działające między punktami układu. Siły zewnętrzne są to siły, które pochodzą nie od cząstek (punktów) układu.* Są to siły innych ciał, albo pól fizycznych, które działają na punkty układu. A więc sile, która działa na i-ty punkt układu możemy zapisać w postaci

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{zew} + \vec{F}_i^{wew} \quad , \tag{3.1}$$

gdzie $\vec{F}_i^{zew}$ - wypadkowa zewnętrzna siła, działająca na i-ty punkt, a $\vec{F}_i^{wew}$ - wypadkowa wewnętrzna siła, która jest sumą wektorową sił pochodzących od oddziaływania z pozostałymi punktami układu

$$\vec{F}_i^{wew} = \sum_{i \neq j} \vec{F}_{ji} \quad . \tag{3.2}$$

Tu $\vec{F}_{ji}$ - siła działająca na i-ty punkt ze strony punktu j-tego.

Wielu informacji o zachowaniu się układu punktów materialnych możemy uzyskać na podstawie rozważania ruchu *środka masy.*

Niech $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_N$ będą wektorami wodzącymi punktów materialnych o masach $m_1, m_2, \ldots, m_N$. *Środkiem masy* układu nazywa się punkt C, którego położenie w przestrzeni określone jest wzorem

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \quad . \tag{3.3}$$

Ruch środka masy. Prawo zachowania pędu dla układu punktów materialnych

Równanie ruchu środka masy łatwo otrzymać za pomocą równań ruchu dla poszczególnych punktów

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = \vec{F}_i \ . \tag{3.4}$$

Sumując równania (3.4) otrzymujemy

$$m\ddot{\vec{r}}_C = \vec{F} \ . \tag{III.5}$$

Tu $m = \sum_i m_i$ - masa całego układu, a $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$ - suma wszystkich sił działających na punkty materialne układu.

Uwzględniając wzory (3.1) i (3.2) siłę $\vec{F}$ możemy zapisać w postaci

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{zew} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji}^{wew} \ . \tag{3.6}$$

Suma wszystkich sił wewnętrznych, zgodnie z trzecim prawem Newtona ($\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$), jest równa zeru, ponieważ

$$\vec{F}^{wew} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji} \equiv \sum_{i>j} (\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji}) = 0 \ . \tag{3.7}$$

Z uwzględnieniem (3.7), równanie ruchu dla środka masy przyjmuje postać

$$m\ddot{\vec{r}}_C = \vec{F}^{zew} \ . \tag{3.8}$$

Chociaż w równaniu (3.8) *mamy tylko siły zewnętrzne, siły wewnętrzne w ogólnym przypadku wpływają również na ruch środka mas.* Wynika to z tego, że w ogólnym przypadku zewnętrzne siły zależą od położeń oraz prędkości punktów układu i czasu, tj $\vec{F}^{zew} = f(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_N; \dot{\vec{r}}_1, \ldots, \dot{\vec{r}}_N; t)$. Jednak położenia i prędkości punktów zmieniają się (patrz wzór (3.4)) zarówno pod wpływem sił zewnętrznych jak i sił wewnętrznych. Powoduje to, że zmieniają się argumenty funkcji $\vec{F}^{zew} = f(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_N; \dot{\vec{r}}_1, \ldots, \dot{\vec{r}}_N; t)$, a więc zmienia się siła zewnętrzna.

Szczególne miejsce w mechanice zajmują *układy odosobnione (izolowany, zamknięte)*. Układ nazywamy *zamkniętym*, jeżeli można zaniedbać oddziaływaniem sił zewnętrznych z punktami układu. Dla takiego układu $\vec{F}_i^{zew} = 0$, a więc zgodnie z (3.8)

$$m\ddot{\vec{r}}_C = \dot{\vec{P}}_C = 0 \ , \quad \text{skąd} \quad \vec{P}_C = const \ . \tag{3.9}$$

Tu $\vec{P}_C = m\dot{\vec{r}}_C = \sum_i \vec{p}_i \equiv \vec{P}$ jest pędem środka masy, a $\vec{P}$ - wypadkowym pędem układu. Ze wzoru (3.9) wynika, że w przypadku układu odosobnionego, środek masy porusza się ruchem jednostajnym i prostoliniowym. Siły wewnętrzne nie mogą zmienić prędkości środka masy układu. A więc pęd środka masy układu izolowanego jest stałym albo jest całką ruchu. Prawo to nazywamy *prawem zachowania pędu układu odosobnionego*.

Zagadnienie dwóch ciał. Masa zredukowana

Przez zagadnienie dwóch ciał rozumie się zwykle zagadnienie o ruchu dwóch wzajemnie oddziałujących punktów materialnych. Rozważmy ruch dwóch ciał o masach m_1 i m_2 i przypuśćmy, że siła oddziaływania dwóch punktów $\vec{F}_{ij}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ zależy tylko od odległości między punktami.

Ponieważ układ dwóch ciał jest zamkniętym, zgodnie z (3.9) pęd środka masy układu jest całką ruchu, a więc środek masy porusza się względem układu inercjalnego K ruchem jednostajnym i prostoliniowym i

$$\vec{P}_C = m\vec{\upsilon}_{C0} = m_1\vec{\upsilon}_{10} + m_2\vec{\upsilon}_{20} = const \quad . \tag{3.10}$$

Tu $m = m_1 + m_2$; $\vec{\upsilon}_{C0}$ - prędkość środka mas; $\vec{\upsilon}_{10}$ i $\vec{\upsilon}_{20}$ - prędkości początkowe odpowiednich punktów.

Ze wzoru (3.10) wynika, że wektor określający położenie środka masy wynosi

$$\vec{r}_C = \vec{r}_{C0} + \vec{\upsilon}_{C0}t \ , \tag{3.11}$$

gdzie $\vec{r}_{C0}$ - wektor określający położenie środka mas w początkowej chwili.

Rozpatrzmy teraz ruch punktów względem układu $K^/$, w którym środek mas znajduje się w spoczynku i w początku układu odniesienia $K^/$. Układy odniesienia K i $K^/$ są układami inercjalnymi. Z rysunku 3.1 wynika, że

$$\vec{r}_i = \vec{r}_C + \vec{r}_i^{\,/} \ , \tag{3.12}$$

gdzie $\vec{r}_i$ - wektor wodzący i-tego punktu w układzie K, $\vec{r}_C$ - wektor wodzący środka masy.

$\vec{r}_i^{\,/}$ - wektor wodzący i-tego punktu w układzie $K^/$, w którym środek masy spoczywa.

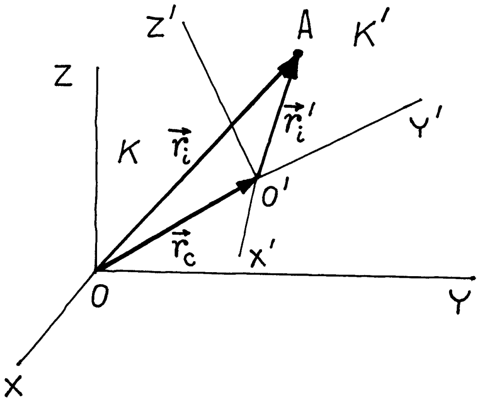
Z zasady względności Galileusza wynika, że równania ruchu w układzie $K^/$ muszą mieć taką samą postać jak równania ruchu w układzie K, czyli

$$m_1\ddot{\vec{r}}_1^{/} = \vec{F}_{21}(|\vec{r}_2^{/} - \vec{r}_1^{/}|) \ , \tag{3.13a}$$

$$m_2\ddot{\vec{r}}_2^{/} = \vec{F}_{12}(|\vec{r}_2^{/} - \vec{r}_1^{/}|) \ . \tag{3.13b}$$

Ze wzoru (3.12) mamy: $m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 = (m_1\vec{r}_1^{/} + m_2\vec{r}_2^{/}) + (m_1 + m_2)\vec{r}_C$. Skąd, uwzględniając, że $\vec{r}_C = (m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)/(m_1 + m_2)$, otrzymujemy

$$m_1\vec{r}_1^{/} + m_2\vec{r}_2^{/} = 0 \ . \tag{3.14}$$



Rys.3.1. Ruch dwóch ciał.

Ze wzoru (3.14) wynika, że położenia punktów 1 i 2 w układzie $K^{/}$ nie są niezależne. Wprowadzając wektor $\vec{r} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2^{/} - \vec{r}_1^{/}$, wyznaczający względne położenie punktów i biorąc pod uwagę (3.14) znajdujemy, że

$$\vec{r}_1^{/} = -\frac{m_2}{m}\vec{r}, \qquad \vec{r}_2^{/} = \frac{m_1}{m}\vec{r} \ . \tag{3.15}$$

Na podstawie związków (3.15) możemy rozdzielić zmienne w równaniach (3.13). Mnożąc równanie (3.13a) przez m_2, a równanie (3.13b) przez m_1 i biorąc pod uwagę, iż zgodnie z trzecim prawem Newtona $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, możemy sprowadzić układ dwóch równań do jednego równania

$$\mu\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{12}(|\vec{r}|) \ , \tag{3.16}$$

gdzie

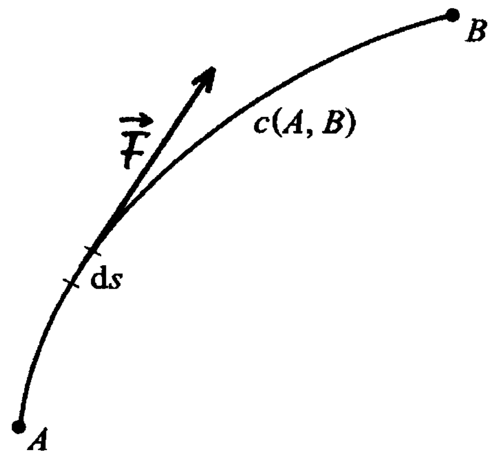
$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \tag{3.17}$$

nosi nazwę *masy zredukowanej*.

Zatem zagadnienie dwóch ciał sprowadzone zostało do równoważnego zagadnienia o ruchu punktu materialnego o masie zredukowanej μ i wektorze wodzącym $\vec{r}$ w polu sił o symetrii kulistej z nieruchomym centrum siły umieszczonym w środku masy układu dwóch punktów.

Praca sił a energia kinetyczna

Rozważmy ruch punktu materialnego pod wpływem siły $\vec{F}$. Niech wskutek działania tej siły punkt przemieszcza się wzdłuż krzywej $c(AB)$ (rys.3.2).



Rys.3.2 Praca siły $\vec{F}$

Podzielmy tą krzywą na bardzo małe przedziały $\Delta\vec{s}_i$, takie, aby siła $\vec{F}$ miała prawie stałą wartość i kierunek na tym przedziale.

Pracą siły $\vec{F}_i$ podczas przesunięcia punktu materialnego o $\Delta\vec{s}_i$ nazywa się iloczyn skalarny dwu wektorów $\vec{F}_i$ i $\Delta\vec{s}_i$:

$$\Delta A_i = (\vec{F}_i \cdot \Delta\vec{s}_i) = \left|\vec{F}_i\right| \cdot \left|\Delta\vec{s}_i\right| \cdot \cos\alpha_i \ . \qquad (3.18)$$

Jeżeli zsumujemy wszystkie prace elementarne (3.18)

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \sum_{i=1}^{n} (\vec{F}_i \cdot \Delta\vec{s}_i) \qquad (3.19)$$

i obliczmy granice tej sumy przy $\Delta\vec{s}_i \to 0$ oraz $n \to \infty$, to otrzymujemy wielkość, która w matematyce nazywa się *całką krzywoliniową* (całką po łuku krzywej):

$$A = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \Delta\vec{s}_i \to 0}} \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \Delta\vec{s}_i \to 0}} \sum_{i=1}^{n} (\vec{F}_i \cdot \Delta\vec{s}_i) \equiv \int_{c(AB)} \vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad (3.20)$$

Całka (3.20) wyznacza całkowitą prace siły $\vec{F}$ podczas przemieszczenia punktu wzdłuż krzywej $c(AB)$.

W układzie jednostek SI prace mierzymy w *dżulach*. 1 *J* (dżul)= 1 *N* (niuton) m (metr).

Każda praca jest wykonana za jakiś czas. Przedział

$$P = \lim_{\Delta t_i} \frac{\Delta A_i}{\Delta t_i} = \frac{dA}{dt} \qquad (3.21)$$

nazywa się *mocą* chwilową źródła siły, która wykonuje tą pracę.

W układzie SI jednostką mocy jest *wat*. 1 *W* (wat) = 1 *J* (dżul)/ 1 s (sekunda).

Korzystając ze wzoru (3.20) oraz drugiej zasady mechaniki dla pracy dowolnej siły $\vec{F}$ możemy zapisać

$$A = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = m\int_A^B \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} d\vec{s} = m\int_A^B d\vec{\upsilon} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} \ . \qquad (3.22)$$

Biorąc pod uwagę, że

$$\vec{\upsilon} \equiv \frac{d\vec{s}}{dt} \ ,$$

otrzymujemy

$$A = m\int_A^B \vec{\upsilon} \cdot d\vec{\upsilon} = \frac{m}{2}\int_A^B d(\upsilon^2) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \,\Big|_A^B \ . \tag{3.23}$$

Jeżeli wprowadzić wielkość

$$T = \frac{1}{2}m\vec{\upsilon}^{\,2} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \ , \tag{3.24}$$

wzór (3.23) możemy zapisać w postaci

$$A = T(t_2) - T(t_1) \ . \tag{3.25}$$

Wielkość $T = m\upsilon^2/2$ nazywa się *energią kinetyczną punktu materialnego*. A więc widzimy, że praca wykonana przez siłę $\vec{F}$ jest równa różnice energii kinetycznych w końcowym $(t = t_2)$ i początkowym $(t = t_1)$ punkcie. Praca może być dodatnia albo ujemna.

Jeżeli na punkt materialny nie działa siła, to $A = 0$ a zatem

$$T(t_2) = T(t_1) \ . \tag{3.26}$$

Zadanie: Rozważmy dwa inercjalne układy odniesienia K i $K^/$ i niech układ $K^/$ porusza się względem układu K ze stałą prędkością $\vec{\upsilon}_0$. Poruszający się w przestrzeni punkt materialny ma w określonej chwili w układzie $K^/$ prędkość $\vec{\upsilon}^{\,/}$. Znaleźć energię kinetyczną punktu materialnego w układzie K.

Rozwiązanie: Zgodnie z prawem dodawania prędkości w mechanice nie relatywistycznej, prędkość punktu materialnego w układzie K jest równa:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}^{\,/} + \vec{\upsilon}_0 \ .$$

A zatem energia kinetyczna punktu w układzie K wynosi:

$$T = \frac{m}{2}\upsilon^2 = \frac{m}{2}(\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon}) = \frac{m}{2}[(\upsilon^/)^2 + 2(\vec{\upsilon}^{\,/}\cdot\vec{\upsilon}_0) + \upsilon_0^2] = T^/ + (\vec{p}^{\,/}\cdot\vec{\upsilon}_0) + \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 .$$

Tu $T^/ = \frac{m}{2}(\upsilon^/)^2$ - energia kinetyczna punktu materialnego w układzie odniesienia $K^/$, $\vec{p}^{\,/} = m\vec{\upsilon}^{\,/}$ - pęd punktu w tym układzie.

Siły zachowawcze i nie zachowawcze

Wszystkie istniejące siły możemy podzielić na siły zachowawcze i siły nie zachowawcze. *Siła jest zachowawcza, jeżeli praca, którą wykonuję ta siła nad punktem materialnym poruszającym się po zamkniętemu toru równa się zeru.* Więc dla siły zachowawczej zachodzi:

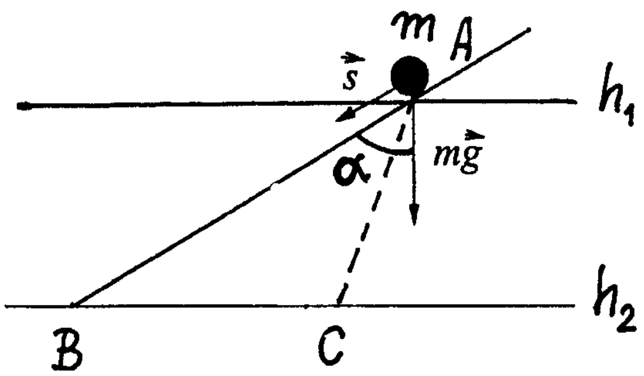
$$A = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \ . \tag{3.27}$$

<u>Zadanie</u>: udowodnimy, że siła grawitacyjna jest siła konserwatywną.

<u>Rozwiązanie</u>: Obliczmy pracę siły grawitacyjnej po przemieszczeniu punktu materialnego o masie m z wysokości h_1 do wysokości h_2 wzdłuż prostej AB (rys. 3.3).

Praca siły grawitacyjnej wzdłuż prostej AB wynosi

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_{AB} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{AB} mg \cos\alpha \cdot dr \\ &= mg \cdot (AB \cdot \cos\alpha) = mg(h_1 - h_2) \end{aligned} \ . \tag{3.28}$$



Rys.3.3. Obliczanie pracy siły grawitacyjnej

Ze wzoru (3.28) wynika, że praca siły grawitacyjnej zależy tylko od różnicy wysokości, a zatem wzdłuż prostej AC (rys.3.3) praca siły grawitacyjnej będzie taka sama.

Zgodnie z (3.28), gdy rozważamy odwrotny ruch punktu materialnego z wysokości h_2 do wysokości h_1 wzdłuż dowolnej krzywej praca siły grawitacyjnej wynosi:

$$A_{21} = \int_{BA} \vec{F} \cdot d\vec{r} = mg(h_2 - h_1) = -A_{12} \ . \tag{3.29}$$

A zatem praca siły grawitacyjnej wzdłuż dowolnej drogi zamkniętej jest równa zeru

$$A = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{AB} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{BA} \vec{F} \cdot d\vec{r} = A_{12} + A_{21} = 0 \ , \tag{3.30}$$

a więc udowodniliśmy iż siła grawitacyjna jest siłą zachowawczą.

Dla sił nie zachowawczych praca nad punktem materialnym poruszającym się wzdłuż zamkniętego toru nie jest równa zeru. Przykładem siły nie zachowawczej jest *siła tarcia*.

Siły potencjalne. Energia potencjalna. Prawo zachowania energii.

Ze wzoru (3.24) widzimy, że dla tego żeby obliczyć energię kinetyczną musimy wiedzieć zależność wektora $\vec{r}$ od czasu, tj. musimy znać rozwiązanie równania ruchu. Jednak dla szerokiej klasy sił można obliczyć zmianę energii kinetycznej nie rozwiązując równań ruchu. Takimi siłami są *siły potencjalne*.

Siłę nazywamy *siłą potencjalną*, jeżeli możemy przedstawić siłę w postaci

$$\vec{F} = -[\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial z}\vec{e}_z] \equiv -\vec{\nabla} U(x,y,z) \ , \tag{3.31}$$

gdzie wielkość

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z$$

nosi nazwę *operatora gradientu*.

Więc dla siły potencjalnej, siła może być zawsze wyrażona za pomocą gradientu pewnej skalarnej funkcji współrzędnych punktu $U(x,y,z)$.

Jeżeli siła $\vec{F}$ jest siłą potencjalną, to dla pracy A tej siły otrzymujemy

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_1^2 (\frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz) = -\int_1^2 dU = U(t_1) - U(t_2) \ . \tag{3.32}$$

Zatem praca wykonywana przez siłę potencjalną równa się różnice między wartością funkcji potencjalnej $U(x,y,z)$ w położeniach początkowym i końcowym punktu materialnego. Praca ta, jak widać z (3.32), nie zależy od kształtu toru, po którym porusza się punkt, a zatem jeżeli początkowy i końcowy punkty pokrywają się to praca siły potencjalnej jest równa zeru. Wiec siła potencjalna jest siłą zachowawczą.

Funkcja skalarna $U(x,y,z)$ nazywa się *energią potencjalną punktu materialnego***.**

Z porównania (3.25) i (3.32) otrzymujemy

$$T(t_2)-T(t_1)=U(t_1)-U(t_2) \ , \tag{3.33}$$

skąd

$$E=T(t_1)+U(t_1)=T(t_2)+U(t_2)=const \ . \tag{3.34}$$

Wzór (3.34) wyraża *prawo zachowania całkowitej energii* punktu materialnego. Prawo to umożliwia w niektórych przypadkach sił potencjalnych nie rozwiązując równań ruchu obliczyć tor punktu materialnego.

Nie wszystkie siły są siłami potencjalnymi, a zatem nie dla wszystkich sił jest słusznym pojęcie energii potencjalnej. Przykładem siły nie potencjalnej jest siła tarcia.

Siły centralne

Potencjalne a więc zachowawcze są siły *centralne*. Siła centralna jest to siła działająca wzdłuż prostej łączącej punkt materialny i pewien nieruchomy punkt, zwany *centrum siły*:

$$\vec{F} = f(x,y,z)\cdot\vec{r} \ , \tag{3.35}$$

gdzie $f(x,y,z)$ jest skalarną funkcją współrzędnych punktu.

Z siłą postaci (3.35) często spotykamy się w fizyce. Przykładami takiej siły są siła grawitacji oraz siła Coulomba, które możemy zapisać w postaci:

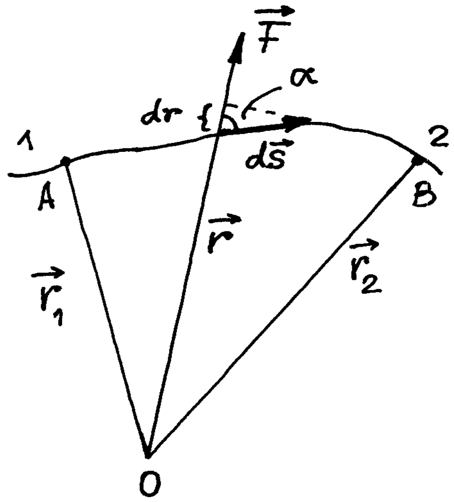
$$\vec{F} = \frac{k}{r^3}\cdot\vec{r} \ , \tag{3.36}$$

Dla siły *grawitacyjnej*:

$$k = Gm_1m_2 \ . \tag{3.37}$$

Dla siły *Coulomba*:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 q_2 \ . \tag{3.38}$$



Rys.3.4 Obliczanie pracy siły centralnej

Znajdziemy dla siły postaci (3.36) funkcję potencjalną (energią potencjalną) $U(x, y, z)$. Praca siły (3.36) wzdłuż krzywej AB (rys.3.4) wynosi

$$A_{12} = \int_{AB} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{AB} \left|\vec{F}\right| \cos\alpha \cdot ds \ . \tag{3.39}$$

Biorąc pod uwagę, iż (rys.3.4)

$$ds \cdot \cos\alpha \cong dr \ , \tag{3.40}$$

oraz

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{k}{r^2} \ , \tag{3.41}$$

ze wzoru (3.39) otrzymujemy:

$$A_{12} = \int_{AB} \left|\vec{F}\right| \cos\alpha \cdot ds = k \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k \cdot \int_{r_1}^{r_2} d\left(-\frac{1}{r}\right) = k \cdot \left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{k}{r_1} - \frac{k}{r_2} \quad . \tag{3.42}$$

Tu skorzystaliśmy ze wzoru

$$\frac{dr}{r^2} = d\left(-\frac{1}{r}\right) . \tag{3.43}$$

Z porównania wzorów (3.32) i (3.42) widzimy, że dla siły postaci (3.36) funkcja potencjalna (energia potencjalna) $U(x, y, z)$ jest równa:

$$U(x, y, z) = \frac{k}{r} \equiv \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad . \tag{3.44}$$

Energia potencjalna jest funkcją współrzędnych punktu materialnego i jest określona z dokładnością do stałej, ponieważ zgodnie z (3.32)

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU(r) \equiv -d[U(r) + C] \ , \tag{3.45}$$

gdzie C jest dowolna stała.

Pole grawitacyjne

Ze wzoru na siłę grawitacyjną

$$\vec{F} = G\frac{m \cdot M}{r^3} \cdot \vec{r} \ , \tag{3.46}$$

wynika, że siła przyciągania, która działa ze strony masy M na ciało o masie m jest wprost proporcjonalna do tej masy:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{E} \ , \tag{3.47}$$

gdzie:

$$\vec{E} = G\frac{M}{r^3} \cdot \vec{r} \ , \tag{3.48}$$

Wektor $\vec{E}$ określa siłę przyciągania, która działa ze strony masy M na ciało o dowolnej masie. Długość tego wektora zależy tylko od masy M źródła siły grawitacyjnej oraz od położenia $\vec{r}$ punktu w przestrzeni. Więc jeżeli mamy źródło siły grawitacyjnej o masie M , możemy dla każdego punktu o wektorze wodzącym $\vec{r}$ obliczyć, zgodnie ze wzorem (3.48), wektor $\vec{E}$. Określony w taki sposób zbiór wektorów $\vec{E}$ w każdym punkcie przestrzeni nazywamy *polem grawitacyjnym.* Mówimy, że ciało o masie M jest źródłem wektorowego pola grawitacyjnego. Wektor $\vec{E}(\vec{r})$ nosi nazwę *natężenia pola grawitacyjnego*. Zgodnie ze wzorem (3.47) dla tego, żeby sprawdzić czy istnieje w przestrzeni pole grawitacyjne musimy wziąć próbne ciało o masie m i zobaczyć co się dzieje się s tym próbnym ciałem.

Siła grawitacyjna, jak wiemy jest siłą potencjalną. Dla siły potencjalnej możemy wprowadzić energię potencjalną. W podobny sposób dla pola wektorowego siły grawitacyjnej możemy dla każdego punktu przestrzeni, zamiast wektora natężenia pola $\vec{E}(\vec{r})$, wprowadzić skalarną funkcję zwaną *potencjałem pola grawitacyjnego* $\varphi(\vec{r})$. Ze wzoru (3.44) łatwo widzieć, że

$$\varphi(x,y,z) = \frac{U(x,y,z)}{m} \equiv \frac{G \cdot M}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \ . \tag{3.49}$$