

## Wykład 3

---

### Optyka geometryczna

---

#### Widmo i natura światła

Optyka to nauka o falach elektromagnetycznych, ich wytwarzaniu, rozchodzeniu się w różnych ośrodkach, i oddziaływaniu z tymi ośrodkami. Różnice między falami elektromagnetycznymi o różnych częstościach przejawiają się wyraźnie w sposobach ich wytwarzania i wykrywania oraz oddziaływaniu ich z materią. Stąd podział całego widma elektromagnetycznego na szereg zakresów:

- *fale radiowe*: długie, średnie, krótkie i ultrakrótkie ( $\nu < 5 \cdot 10^9$  Hz lub  $\lambda > 1$  cm);
- *mikrofale* ( $5 \cdot 10^9$  Hz  $< \nu < 8 \cdot 10^{11}$  Hz lub  $1$  mm  $< \lambda < 1$  cm);
- *podczerwień* ( $8 \cdot 10^{11}$  Hz  $< \nu < 5 \cdot 10^{14}$  Hz lub  $700$  nm  $< \lambda < 1$  mm);
- *fale widzialne* ( $5 \cdot 10^{14}$  Hz  $< \nu < 2 \cdot 10^{15}$  Hz lub  $350$  nm  $< \lambda < 700$  nm);
- *nadfiolet* ( $2 \cdot 10^{15}$  Hz  $< \nu < 8 \cdot 10^{16}$  Hz lub  $10$  nm  $< \lambda < 350$  nm);
- *promieniowanie Roentgena* ( $8 \cdot 10^{16}$  Hz  $< \nu < 5 \cdot 10^{20}$  Hz lub  $1$  pm  $< \lambda < 10$  nm);
- *promieniowanie gamma* ( $5 \cdot 10^{20}$  Hz  $< \nu$  lub  $\lambda < 1$  pm).

Najkrótsze obecnie otrzymane promieniowanie gamma ma długość fali równą  $0,2$  Å ( $1$  Å =  $10^{-10}$  m).

Chociaż wiemy, że światło jest falą elektromagnetyczną, wiedza ta nie jest zbyt przydatna do opisu i zrozumienia szeregu zjawisk związanych ze światłem, z działaniem różnych przyrządów optycznych itd. Okazuje się, że w wielu przypadkach całkowicie wystarczający jest znacznie prostszy opis światła, który powstał na długo przed sformułowaniem równań Maxwella. Opis ten oparty jest na idei promieni światła. Wykorzystuje on prawa, które opisują ich zachowanie się w różnych sytuacjach.

W szczególności mechanizm widzenia, ściśle związany z udziałem światła; może być wytłumaczony bez odwoływania się do teorii Maxwella. Jest dla nas oczywiste, że widzenie obiektów świecących możliwe jest dzięki światłu wytworzonemu przez te obiekty, które dociera do naszych oczu. Widzenie obiektów nieświecących jest możliwe dzięki rozpraszaniu przez te obiekty światła wytworzonego przez inne obiekty, takie jak Słońce (które zapewnia, dzięki rozpraszaniu w atmosferze, także oświetlenie w dni pochmurne), czy źródła światła sztucznego (lampy, świetlówki itd). Z codziennych obserwacji wiemy także, że światło rozchodzi się, z bardzo dużą prędkością i prostoliniowo, w ośrodkach materialnych o

odpowiednich własnościach (przezroczystych) takich jak powietrze, szkło, ale także w próżni.

Obecnie stosują trzy podstawowe modele, które opisują światło uwzględniając w różnym stopniu jego cechy:

1. *Model promieni* (model przybliżony), który jest podstawowym modelem optyki geometrycznej. Zaletą tego modelu jest prostota i duża efektywność. Model promieni uwzględnia oddziaływanie światła z obiektami makroskopowymi w zakresie wystarczającym do opisu działania układów optycznych, chociaż pewne ograniczenia tych układów mogą wymagać uwzględnienia falowej natury światła. Ponieważ w ośrodkach jednorodnych światło rozchodzi się prostoliniowo można wyznaczyć eksperymentalnie, używając odpowiednich przesłon i otworków, kierunki rozchodzenia się światła. Kierunki te są prostopadłe do powierzchni falowych rozchodzącej się fali elektromagnetycznej (o tych powierzchniach więcej powiemy później, przy okazji omawiania optyki falowej). Linie w przestrzeni, wyznaczone przez kierunki rozchodzenia się światła nazywamy *promieniami świetlnymi*. Jeśli otworki nie są zbyt małe (nie ma ugięcia), to promienie świetlne są także torami fotonów, cząstek (korpuskuł) reprezentujących światło w modelu 3. Przecinające się promienie świetlne nie przeszkadzają sobie nawzajem i nie wpływają na siebie w żaden sposób.

2. *Model falowy* (przybliżony, kładzie nacisk na falowe aspekty światła). Model falowy jest niezbędny do opisu oddziaływania światła z obiektami o rozmiarach rzędu długości fali światła (rzędu 500 nm), w tym zjawisk interferencji i dyfrakcji. Daje interpretację koloru (długość fali). Uzasadnia model promieni i daje interpretację promieni (linie wyznaczone przez kierunki prostopadłe do powierzchni falowych). W prostym ujęciu falę świetlną traktujemy jako falę skalarną (model sprzed teorii elektromagnetycznej światła), w bardziej zaawansowanym uwzględniamy jej poprzeczny i wektorowy charakter (takie podejście jest konieczne dla opisu zjawisk związanych z polaryzacją światła).

3. *Model korpuskularny* (korpuskuły Newtona, w ujęciu współczesnym fotony). Niezbędny do opisu oddziaływania światła z układami atomowymi (o wymiarach rzędu 1 nm). Energia pojedynczego fotonu wynosi  $h\nu$  (gdzie  $h$  to stała Plancka a  $\nu$  częstość związanej z nim fali elektromagnetycznej), a jego pęd jest równy  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ , gdzie  $\hbar = h/2\pi$ , a  $\vec{k}$  to wektor falowy tej fali. Tylko całe fotony mogą być absorbowane; inaczej mówiąc wymiana energii pomiędzy polem elektromagnetycznym, a układami materialnymi odbywa się porcjami energii (kwantami), których wartość wynosi  $h\nu$ .

Z grubsza optykę można podzielić na optykę geometryczną, która zajmuje się między

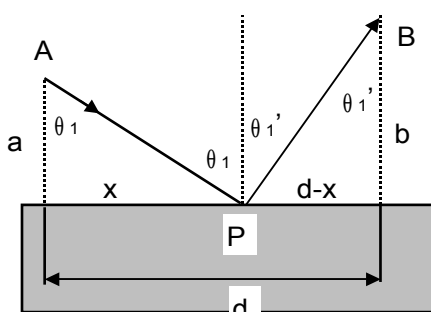
innymi przyrządami optycznymi (wymiary makroskopowe), falową (wymiary układów porównywalne z długością fali; przydaje się m.in. do oceny niektórych ograniczeń i błędów układów optycznych) i spektroskopię. Z wielu zastosowań optyki warto wymienić przyrządy optyczne, różnego typu lasery, telekomunikację (włókna), optyczne przetwarzanie informacji (obrazu), sprzęt do monitorowania środowiska, całą wielką dziedzinę związaną z oświetleniem, itd., itp.

### Optyka geometryczna. Zasada Fermata

W optyce geometrycznej przy opisie światła stosujemy pojęcie *promienia świetlnego* i zakładamy, że światło rozchodzi się wzdłuż prostych linii, które nazywamy promieniami. Warunkiem stosowalności optyki geometrycznej jest aby wymiary liniowe wszystkich obiektów (soczewek, pryzmatów, szczelin itp.) były o wiele większe od długości fali świetlnej.

Podstawą optyki geometrycznej jest zasada, którą w roku 1650 odkrył Pierre Fermat: *promień świetlny biegnący z jednego punktu do drugiego przebywa drogę, na której przebycie trzeba zużyć w porównaniu z innymi, sąsiednimi drogami, minimum albo maksimum czasu.*

Z zasady Fermata natychmiast wynika, że w próżni albo w jednorodnym ośrodku światło rozchodzi się wzdłuż prostej. Z zasady Fermata łatwo wyprowadzić też prawa odbicia i załamania światła.



Na rysunku są przedstawione dwa punkty  $A$  i  $B$  oraz łączący je promień  $APB$ . Całkowita długość drogi promienia wynosi

$$l = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2} \quad , \quad (3.1)$$

gdzie  $x$  jest zmienną zależną od położenia punktu  $P$  (punkt odbicia promienia).

Zgodnie z zasadą Fermata punkt  $P$  wybieramy tak, żeby czas przebycia drogi  $APB$  był minimalny. Matematycznie warunek ten ma postać:

$$\frac{dl}{dx} = 0 \quad . \quad (3.2)$$

Różniczkując (3.1) względem  $x$  otrzymujemy

$$\frac{dl}{dx} = \frac{1}{2}(a^2 + x^2)^{-1/2} 2x + \frac{1}{2}[b^2 + (d - x)^2]^{-1/2} 2(d - x)(-1) = 0 \quad ,$$

lub przekształcając, znajdujemy

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (3.3)$$

Z rysunku widać, że

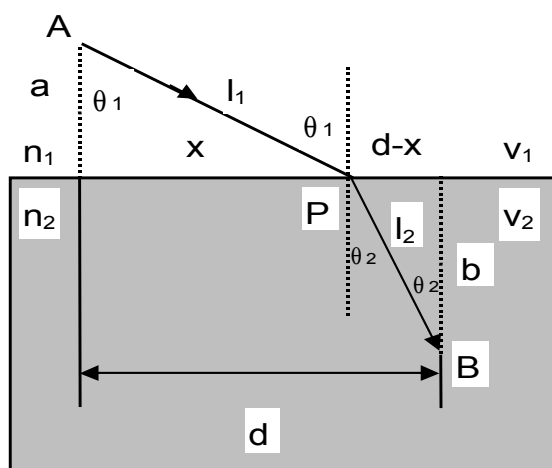
$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \cos(90^\circ - \theta_1) \equiv \sin \theta_1, \quad \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = \cos(90^\circ - \theta_1') \equiv \sin \theta_1' \quad (3.4)$$

A zatem dla odbicia światła otrzymujemy prawo - *kąt padającego promienia świetlnego jest równy kątowi promienia odbitego*

$$\theta_1 = \theta_1' \quad (3.5)$$

Podobnie postępujemy w celu wyprowadzenia prawa załamania światła. Czas  $t$ , który potrzebuje światło aby przejść z punktu  $A$  do punktu  $B$  dany jest wzorem

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}$$



Uwzględniając, że  $n = c/v$  możemy przepisać to równanie w postaci

$$t = \frac{n_1 l_1 + n_2 l_2}{c} = \frac{l}{c}$$

Wielkość  $l = n_1 l_1 + n_2 l_2$  nazywamy *drogą optyczną promienia* (nie mylić z drogą geometryczną równą  $l_1 + l_2$ ).

Teraz ponownie dobieramy  $x$  (punkt  $P$ ), aby droga optyczna  $l$  była minimalna czyli, aby  $dl/dx = 0$ .

Ponieważ droga optyczna wynosi

$$l = n_1 l_1 + n_2 l_2 = n_1 \sqrt{a^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

otrzymujemy

$$\frac{dl}{dx} = \frac{1}{2} n_1 (a^2 + x^2)^{-1/2} 2x + \frac{1}{2} n_2 [b^2 + (d-x)^2]^{-1/2} 2(d-x)(-1) = 0$$

Po przekształceniu tego wzoru znajdujemy

$$n_1 \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = n_2 \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (3.6)$$

Z rysunku wynika, że

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sin \theta_1, \quad \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = \sin \theta_2. \quad (3.7)$$

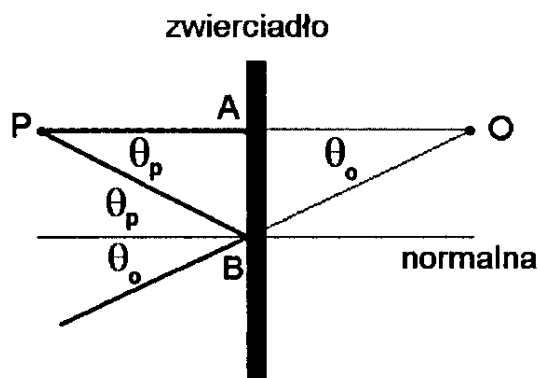
Po podstawieniu (3.7) do wzoru (3.6) otrzymujemy prawo załamania światła

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (3.8)$$

## Zwierciadła płaskie, wklęsłe, wypukłe

### Zwierciadło płaskie

Zwierciadło płaskie jest najprostszym “przyrządem optycznym”, z którym stykamy się codziennie. By zrozumieć jak powstaje obraz w zwierciadle płaskim możemy odwołać się do modelu promieni.



przedmiot

obraz

Wiązka promieni świetlnych rozproszonych od jednego wybranego punktu  $P$  przedmiotu poruszających się w kierunku zwierciadła odbija się od jego powierzchni. Przedłużenia promieni odbitych przecinają się w jednym punkcie  $O$ , który będzie obrazem odpowiadającego mu punktu przedmiotu  $P$ . Ponieważ dzieje się tak dla każdego punktu przedmiotu, powstaje zatem wrażenie, że za zwierciadłem, dokładnie w tej samej odległości ale po przeciwnej stronie, znajduje się odpowiednik przedmiotu, czyli zbiór punktów, każdy z których jest (pozornie) źródłem promieni światła rozproszonego. Obserwujemy obraz jest obrazem pozornym, gdyż w przeciwieństwie do obrazu rzeczywistego, w punktach, z których składa się obraz, przecinają się przedłużenia promieni, a nie one same. Nie moglibyśmy zatem przedstawić tego obrazu np na ekranie.

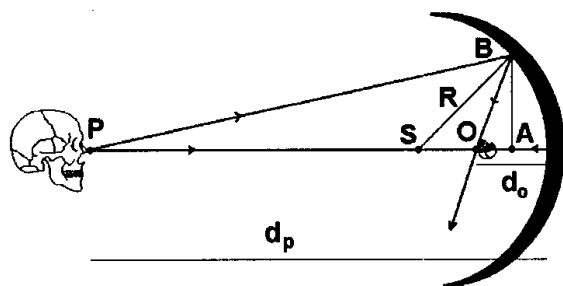
Udowodnimy, że obraz znajduje się za zwierciadłem w tej samej od niego odległości jak przedmiot. Dla uproszczenia rozważmy jeden punkt przedmiotu  $P$  i z nieskończonej liczby promieni, wychodzących z tego punktu wybierzmy dwa: jeden prostopadły do powierzchni zwierciadła (promień  $PA$ ) i drugi promień poruszający się w stronę zwierciadła pod kątem  $\theta_p$  do normalnej. Przedłużenie promienia odbitego od zwierciadła w punkcie  $B$  tworzy z przedłużeniem promienia  $PA$  kąt  $\theta_o$ . Ponieważ kąty  $\theta_p$  i  $\theta_o$  są równe, punkt  $O$  leży w tej samej odległości od powierzchni zwierciadła ( $AO$ ) jak przedmiot ( $PA$ ) niezależnie od tego,

jaką wartość przyjmuje kąt  $\theta_p$ . To oznacza, że *wszystkie* promienie wychodzące z punktu  $P$  i padające na zwierciadło dadzą promienie odbite, których przedłużenia przetną się w punkcie  $O$ .

Zauważmy, że chociaż nasze odbicie w zwierciadle wygląda znajomo, obraz jednak ma serce z prawej strony.

### Zwierciadła wypukłe i wklęsłe. Równanie zwierciadła

Zwierciadła stanowią ważny element wielu układów optycznych. Rozważmy tworzenie obrazu na przykładzie *wklęsłego zwierciadła sferycznego*, chociaż równanie, które znajdziemy będzie można stosować także do zwierciadeł wypukłych. Przyjmujemy zatem, że promień zwierciadła sferycznego wynosi  $R$  i że przedmiot (punkt  $P$ ), znajduje się w odległości  $d_p$  od zwierciadła. Umieścimy przedmiot (punkt  $P$ ) na *osi optycznej* (prosta przechodząca przez środek krzywizny zwierciadła) i chcemy znaleźć odległość  $d_o$  obrazu od zwierciadła.



Wybieramy dwa promienie: pierwszy porusza się po osi optycznej i po odbiciu wraca tą samą drogą, drugi pada na powierzchnię zwierciadła w punkcie  $B$  i po odbiciu przecina pierwszy promień (i oś optyczną) wyznaczając położenie punktu  $O$ , który jest obrazem punktu  $P$ .

Ponieważ kąt padania równa się kątowi odbicia  $\angle SBO = \angle PBS$ , promień  $SB$  jest dwusieczną kąta  $PBO$ . Wobec tego możemy zapisać:

$$\angle ASB = \frac{\angle APB + \angle AOB}{2} \quad (3.9)$$

Tu punkt  $A$  jest rzutem punktu  $B$  na oś optyczną.

Z rysunku wynika, że

$$\operatorname{tg} \angle APB = \frac{AB}{PA}, \quad \operatorname{tg} \angle AOB = \frac{AB}{OA}, \quad \operatorname{tg} \angle ASB = \frac{AB}{SA} \quad (3.10)$$

Założymy teraz, że odcinek  $AB \ll R$ . Przybliżenie to nosi nazwę *przybliżenia promieni przyosiowych* i oznacza, że wykorzystujemy tylko niewielką część powierzchni kuli. A zatem możemy uważać, że wyprowadzamy wzór dla właściwie dowolnej powierzchni wklęsłej o symetrii osiowej (osią symetrii będzie oś optyczna) i że stosujemy dobre przybliżenie tej

powierzchni używając powierzchni sferycznej.

Przybliżenie promieni przyosiowych daje możliwość przyjąć, że wszystkie występujące wyżej kąty są małe. W przybliżeniu małych kątów, z (3.10) mamy:

$$\begin{aligned} \angle APB \approx \operatorname{tg} \angle APB = \frac{AB}{PA} \approx \frac{AB}{d_p}, \quad \angle AOB \approx \operatorname{tg} \angle AOB = \frac{AB}{OA} \approx \frac{AB}{d_o}, \\ \angle ASB \approx \operatorname{tg} \angle ASB = \frac{AB}{SA} \approx \frac{AB}{R}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

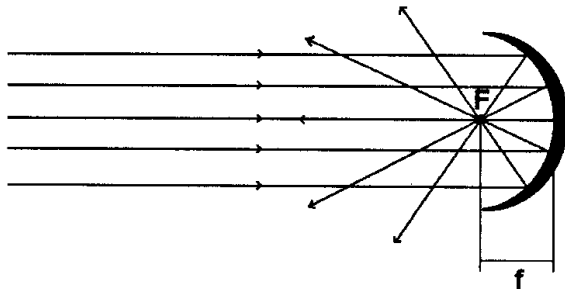
Po podstawieniu (3.11) do (3.9) znajdujemy ostatecznie równanie zwierciadła wklęsłego

$$\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_o} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}, \quad (3.12)$$

gdzie wielkość  $f = R/2$  nazywa się *ogniskową*.

### Ognisko

Z równania (3.12) wynika, że jeżeli odsuwamy przedmiot coraz dalej od zwierciadła wklęsłego, czyli zwiększamy  $d_p$ , odległość obrazu od zwierciadła dąży do ogniskowej  $f$ .

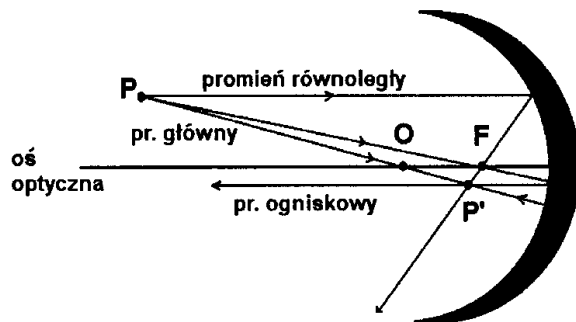


Oznacza to, że rzeczywisty obraz przedmiotu umieszczonego w bardzo dużej odległości od zwierciadła powstaje w odległości  $f$  od tego zwierciadła. Jeżeli przedmiot znajduje się nieskończenie daleko od zwierciadła ( $d_p = \infty$ ), to wygląda on jako pojedynczy punkt umieszczony na osi optycznej.

Wiązka promieni rozproszonych przez ten punkt w kierunku zwierciadła będzie wtedy wiązką prawie równoległej do osi optycznej. Obraz tego punktu będzie pojedynczym punktem położonym na osi optycznej w odległości  $f$  od zwierciadła. Ten szczególny punkt, w którym skupiona zostaje wiązka równoległych promieni, będziemy nazywać *ogniskiem* zwierciadła. Warto zauważyć, że odwrócenie biegu promieni prowadzi do wniosku, że promienie wysyłane w kierunku zwierciadła przez punktowe źródło światła umieszczone w ognisku zwierciadła wklęsłego po odbiciu wytworzą wiązkę równoległą.

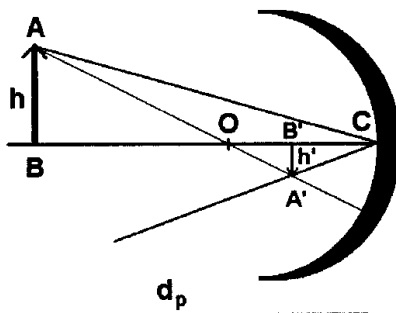
Model promieni pozwala znaleźć obraz dla dowolnej konfiguracji przedmiotu i zwierciadła; wystarczy wybrać przynajmniej dwa promienie rozproszone w kierunku zwierciadła dla każdego punktu przedmiotu i wytyczyć bieg promieni odbitych od zwierciadła

stosując prawo odbicia. Przecięcie promieni odbitych wyznaczy obraz punktu, z którego poprowadziliśmy promienie rozproszone.



Można ułatwić sobie zadanie dobierając takie promienie, których bieg jest najłatwiej wytyczyć. *Promień główny*, przechodzący przez środek krzywizny jest prostopadły do powierzchni zwierciadła, a więc tor promienia odbitego będzie się pokrywał z torem promienia padającego.

Ponieważ wszystkie promienie równoległe zostają skupione w ognisku, zatem *promień równoległy* (wychodzący z punktu  $P$  i równoległy do osi optycznej) po odbiciu będzie także przechodził przez ognisko  $F$ . Innym promieniem łatwym do wytyczenia jest *promień ogniskowy*; promień ten prowadzimy z punktu  $P$  do ogniska  $F$ , tor promienia odbitego będzie równoległy do osi optycznej.



W podobny sposób można wytyczyć bieg promieni i, po znalezieniu przecięcia, położenie obrazu dla dowolnej liczby punktów przedmiotu pozwalającej na odtworzenie obrazu, jak pokazano na rysunku. Powiększenie (jeśli “wyjdzie” mniejsze od 1 to będzie to “pomniejszenie”) obrazu określamy wzorem:

$$m = -\frac{h'}{h} = -\frac{d_o}{d_p} \quad (3.13)$$

Ostatnie równanie w (3.13) wynika z podobieństwa trójkątów  $\triangle ABC$  i  $\triangle A'B'C$ . Zwróćmy uwagę, że dla obrazu prostego  $m$  będzie dodatnie, dla odwróconego, ujemne.

### Układy ogniskujące oparte na załamaniu światła

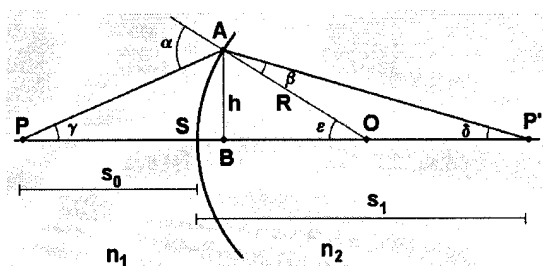
Dotychczas rozważaliśmy własności ogniskujące sferycznych powierzchni odbijających. Okazuje się, że własności takie posiadają także sferyczne powierzchnie załamujące, rozdzielające dwa przezroczyste ośrodki o różnych współczynnikach załamania, chociaż w tym przypadku chodzi o ogniskowanie promieni załamanych, a nie odbitych. Własności ogniskujące takich powierzchni mają bardzo duże znaczenie praktyczne w optycznych układach odwzorowujących; najprostszego przykładu dostarcza zwykła soczewka, która składa się



przecież z dwóch sferycznych powierzchni łamiących (wklęsłych lub wypukłych), rozdzielających kolejne ośrodki (najczęściej powietrze, szkło, powietrze).

Udowodnimy najpierw, że pojedyncza powierzchnia sferyczna o promieniu krzywizny  $R$  jest rzeczywiście w stanie skupić wiązkę rozbieżnych promieni; a więc, że może utworzyć obraz. Rozważając załamanie światła na takiej powierzchni znajdziemy także równanie, opisujące związek pomiędzy promieniem krzywizny i odległościami przedmiotu i obrazu od powierzchni. Będziemy rozważały znów promieni przyosiowe, wtedy  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\sin \beta \approx \beta$  i z prawa załamania światła ( $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ ) możemy zapisać

$$n_1 \alpha = n_2 \beta, \quad (3.14)$$



gdzie  $\alpha$  jest kątem padania (utworzonym przez promień padający  $PA$  i normalną do powierzchni  $OA$ ), a  $\beta$  jest kątem załamania (pomiędzy promieniem załamanym  $AP'$  i normalną  $OA$ ).

Ponieważ w trójkącie  $PAO$  kąt  $\alpha$  jest kątem zewnętrznym, a w trójkącie  $AOP'$  kątem zewnętrznym jest kąt  $\varepsilon$ , możemy zapisać

$$\alpha = \gamma + \varepsilon \quad \text{i} \quad \varepsilon = \beta + \delta. \quad (3.15)$$

Po podstawieniu (3.15) do (3.14) znajdujemy

$$n_1(\gamma + \varepsilon) = n_2(\varepsilon - \delta). \quad (3.16)$$

W przybliżeniu małych kątów (promienie przyosiowe)

$$\gamma \approx \text{tg} \gamma = \frac{h}{PB} \approx \frac{h}{s_0}, \quad \varepsilon \approx \text{tg} \varepsilon = \frac{h}{BO} \approx \frac{h}{R}, \quad \delta \approx \text{tg} \delta = \frac{h}{BP'} \approx \frac{h}{s_1} \quad (3.17)$$

gdzie  $s_0$  i  $s_1$  - odległości przedmiotu i obrazu od powierzchni, a  $R$  - promień krzywizny powierzchni.

Po podstawieniu (3.17) do wzoru (3.16) otrzymujemy następujące równanie pojedynczej powierzchni łamiącej

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (3.18)$$

W przybliżeniu małych kątów

$$\gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{PB} \approx \frac{h}{s_0}, \quad \varepsilon \approx \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{h}{BO} \approx \frac{h}{R}, \quad \delta \approx \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{BP'} \approx \frac{h}{s_1} \quad (3.17)$$

gdzie  $s_0$  i  $s_1$  - odległości przedmiotu i obrazu od powierzchni, a  $R$  - promień krzywizny powierzchni łamiącej.

Po podstawieniu (3.17) do wzoru (3.16) otrzymujemy następujące równanie pojedynczej powierzchni łamiącej

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (3.18)$$

Warto zwrócić uwagę, że ponieważ wartość  $s_1$  nie zależy od  $h$  (a więc także od kąta  $\gamma$ ), udowodniliśmy, że *wszystkie* promienie wychodzące z punktu  $P$  w kierunku powierzchni sferycznej zostaną skupione w punkcie  $P'$ ; zatem punkt  $P'$  jest obrazem punktu  $P$  (mówimy także, że punkty  $P$  i  $P'$  są *punktami sprzężonymi*).

Z równania (3.18) wynika, że suma dwóch wyrazów, pierwszego zależnego od  $s_0$  i drugiego od  $s_1$ , jest stała. Wynika stąd, że jeśli przybliżamy przedmiot do powierzchni łamiącej to jego obraz musi się od niej oddalać. Dla  $s_0 = Rn_1/(n_2 - n_1)$  drugi wyraz,  $n_2/s_1$  musi być równy zero, a zatem  $s_1 = \infty$ . Oznacza to, że obraz znajduje się w nieskończoności, czyli wiązka staje się wiązką równoległą do osi optycznej po przejściu przez powierzchnię łamiącą. Taka “specjalna” odległość  $f_p \equiv s_0 = Rn_1/(n_2 - n_1)$  nazywa się *ogniskową przedmiotową* (oznaczamy ją  $f_p$ ) albo *pierwszą ogniskową*. Dla  $s_1 = Rn_2/(n_2 - n_1) \equiv f_o$  z równania (3.18) wynika, że  $s_0 = \infty$ . Oznacza to, że w punkcie  $f_o$  skupiona zostaje wiązka równoległych do osi optycznej promieni. Ten punkt nazywamy *ogniskową obrazową* albo *drugą ogniskową*.

Interesująca sytuacja powstaje, gdy odległość przedmiotu od powierzchni  $s_0 < f_p$ . Jediną szansą utrzymania równości w równaniu pojedynczej powierzchni (3.18) jest wtedy by wyraz  $n_2/s_1$  był ujemny (ujemna odległość obrazowa). Oznacza to, że po załamaniu wiązki powstaje wiązka rozbieżną. Przedłużenie promieni tej wiązki prowadzi do punktu przecięcia po lewej stronie układu optycznego czyli obrazu pozornego. Obraz rzeczywisty leży zawsze po prawej stronie układu (przedmiot jest po lewej), a odległość od powierzchni załamującej jest wtedy dodatnia.

Ponieważ  $(n_2 - n_1)/R = n_1/f_p = n_2/f_o$ , równanie pojedynczej powierzchni

załamującej można zapisać następująco:

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_1}{f_P} = \frac{n_2}{f_O}, \quad (3.19)$$

gdzie  $f_P$  i  $f_O$  to zdefiniowane wyżej ogniskowe, przedmiotowa i obrazowa.