

Wykład 13

Atomy wieloelektronowe, układ okresowy pierwiastków

Metoda pola samouzgodnionego. Liczby kwantowe

W atomach wieloelektronowych pole elektryczne, w którym znajduje się elektron powłoki atomowej składa się z pola elektrostatycznego jądra oraz pola pochodzącego od oddziaływania elektrostatycznego elektronów między sobą. W tym przypadku dokładne rozwiązanie równania Schrödingera jest zadaniem matematycznym nadzwyczaj trudnym. Nawet dla atomu helu, składającego się z jądra i dwóch elektronów nie udało się znaleźć dokładnego rozwiązania równania Schrödingera. Wobec tego musimy stosować metody przybliżone. Często stosowaną przybliżoną metodą rozwiązania równania Schrödingera wieloelektronowych atomów, która daje dobre wyniki jest *metoda pola samouzgodnionego*. W metodzie tej stosuje się założenie, że w przybliżeniu każdy elektron porusza się niezależnie od innych w polu elektrycznym o *symetrii centralnej*, czyli w polu o natężeniu $\vec{E} = f(x, y, z) \cdot \vec{r}$, gdzie wektor \vec{r} określa położenie elektronu względem jądra. Pole centralne $\vec{E} = f(x, y, z) \cdot \vec{r}$ jest wypadkową pola elektrostatycznego jądra i uśrednionego pola pochodzącego od oddziaływań wszystkich elektronów, ale oczywiście różni się od pola kulombowskiego. Różne metody pola samouzgodnionego (Hartreego, Hartreego-Focka i inne) różnią się sposobem uśrednienia elektrostatycznych oddziaływań wybranego elektronu z pozostałymi elektronami.

Wyżej widzieliśmy, że wartości energii elektronu w atomie wodoru zależą tylko od liczby kwantowej n . Inaczej jednak jest w przypadku atomu wieloelektronowego dla którego pole samouzgodnione różni się od pola kulombowskiego. Wskutek kulistej symetrii pola samouzgodnionego z równania Schrödingera wynika, że wartości energii elektronu w atomie wieloelektronowym $E_{n,l}$ zależą teraz od dwóch liczb kwantowych n i l . Natomiast funkcja falowa elektronu ψ_{nlm_l} zależy od *trzech liczb kwantowych*: n, l, m_l . Trzy liczby kwantowe n, l, m_l mogą przyjmować tylko następujące wartości

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots \\ l &= 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad \text{lub} \quad 0 \leq l \leq n-1 \\ m_l &= -l, -l+1, -l+2, \dots, l-2, l-1, l \quad \text{lub} \quad -l \leq m_l \leq l \end{aligned} \quad (13.1)$$

Ze względu na rolę jaką odgrywa liczba n w określeniu energii całkowitej atomu, jest nazywana *główną liczbą kwantową*. Liczba l nosi nazwę *azymutalnej liczby kwantowej* i ta liczba określa bezwzględną wartość momentu pędu elektronu $|\vec{l}| = \hbar\sqrt{l(l+1)}$. Liczba kwantowa m_l nazywana jest *magnetyczną liczbą kwantową*. Liczba m_l określa możliwe wartości rzutu momentu pędu elektronu na dowolny kierunek $l_z = \hbar m_l$ (tu wskaźnik z definiuje dowolny kierunek w przestrzeni).

Ponieważ poziom energetyczny elektronu w wieloelektronowym atomie $E_{n,l}$ zależy tylko od liczb kwantowych n i l , z warunków (13.1) widać, że dla danych wartości liczb kwantowych n i l (danej energii) istnieje na ogół kilka różnych możliwych wartości m_l . Mówimy, że poziomy energetyczne atomu są *zwyrodniałe*. Ze wzoru (13.1) wynika, że zwyrodnienie poziomu $E_{n,l}$ wynosi $(2l+1)$.

Zasada Pauliego. Spin elektronu

W 1869 r. Mendelejew jako pierwszy zauważył, że większość własności pierwiastków chemicznych jest okresową funkcją liczby atomowej Z określającej liczbę elektronów w atomie co najlepiej uwidacznia się w odpowiednio skonstruowanym *układzie okresowym pierwiastków*. Właściwości chemiczne i fizyczne pierwiastków powtarzają się jeżeli zebrać je w grupy zawierające 2, 8, 8, 18, 18, 32 elementów.

W 1925 r. Wolfgang Pauli podał prostą zasadę, dzięki której automatycznie są generowane grupy o liczebności 2, 8, 18, 32. Pauli *zapostulował*, że na jednej orbicie mogą znajdować się nie więcej niż dwa elektrony, czyli tylko dwa elektrony mogą być opisane tą samą funkcją falową ψ_{nlm_l} .

Zatem na orbicie ψ_{100} ($n=1, l=0, m_l=0$) mogą być tylko dwa elektrony. Dla $n=2$ istnieją cztery orbitale atomowe $\psi_{200}; \psi_{211}; \psi_{210}; \psi_{21-1}$. Stąd wynika, że w stanie $n=2$ może być 8 elektronów (dwa na każdą orbital). Podobnie dla $n=3$ mamy 9 orbitali ($\psi_{300}; \psi_{311}; \psi_{310}; \psi_{31-1}; \psi_{322}; \psi_{321}; \psi_{320}; \psi_{32-1}; \psi_{32-2}$) czyli w stanie $n=3$ mogą być 18 elektronów. Widać, że okresy 2, 8, 18 są konsekwencją zasady Pauliego i teorii kwantowej, z której wynikają warunki (13.1).

W czasie gdy Pauli podał swoją zasadę była ona zasadą ad hoc, nie można było jej wyprowadzić w ramach istniejącej teorii. Pozostawało więc pytanie: dlaczego akurat dwa elektrony (a nie inna liczba) mogą być opisane tą samą funkcją falową Ψ_{nlm_l} ?

W roku 1926 odkryto, że wszystkie elektrony oprócz momentu pędu "orbitalnego" posiadają wewnętrzny moment pędu S , który został nazwany *spinowym momentem pędu*. Elektron zachowuje się tak, jakby był kulką wirującą wokół pewnej osi obrotu (analogicznie jak Ziemia obiegająca Słońce i obracająca się wokół swej osi). Wewnętrzny moment pędu elektronu nigdy nie zwiększa się ani też nie maleje i jego rzut na dowolny kierunek wynosi

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \hbar . \quad (13.2)$$

Ze wzoru (13.2) wynika, że stan elektronu w atomie określa oprócz trzech liczb kwantowych (n, l, m_l) liczba kwantowa m_s . Więc dwa elektrony znajdujące się na określonej orbicie mają różne kierunki spinów. Znajomość spinu jest niezbędna do opisu stanu elektronu. Kiedy te stany są określone to zasada Pauliego, która w pierwotnym brzmieniu stwierdzała, że w danym stanie orbitalnym nie może być więcej elektronów niż dwa, oznacza teraz, że w danym stanie Ψ_{n,l,m_l,m_s} (z uwzględnieniem spinu) może znajdować się tylko jeden elektron. Z uwzględnieniem spinu elektronu zwyrodnienie poziomu energetycznego $E_{n,l}$ wzrasta i wynosi $2(2l + 1)$.

Atomy wieloelektronowe, układ okresowy pierwiastków

Posługując się zasadą Pauliego można określić jakie stany w atomie będą obsadzone. Zbiór elektronów w stanach należących do określonej liczby kwantowej n nazywamy *powłoką elektronową*. Z uwzględnieniem spinu elektronu na powłoce elektronowej może umieścić się następująca liczba elektronów

$$2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = 2[1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)] = 2 \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = n(1 + 2n - 1) = 2n^2 . \quad (13.3)$$

Tu skorzystaliśmy ze wzoru na sumę postępu arytmetycznego. W tablicy niżej przedstawiliśmy oznaczenie powłok elektronowych oraz ich pojemność

n	1	2	3	4	5
Oznaczenie powłoki elektronowej	K	L	M	N	O
Pojemność powłoki elektronowej ($2n^2$)	2	8	18	32	50

Zbiór elektronów w stanach należących do określonych liczb kwantowych n i l nazywamy *podpowłoką*. Podpowłokę oznaczamy symbolem literowym podającym liczbę l , poprzedzoną liczbą podającą wartość liczby kwantowej n .

n	1	2	2	3	3	3
l	0	0	1	0	1	2
Oznaczenie podpowłoki	1s	2s	2p	3s	3p	3d
Pojemność podpowłoki ($2(2l + 1)$)	2	2	6	2	6	10

Konfiguracją elektronową nazywamy zbiór stanów elektronów w atomie. Zapisując konfigurację wymieniamy podpowłokę (podając liczby kwantowe n i l) oraz liczbę elektronów w tej powłoce. Liczbę elektronów w określonej powłoce zaznaczamy w wykładniku. Niżej podane są konfiguracje elektronowe pierwszych 18 pierwiastków układu okresowego.

Numer powłoki	Z	Pierwiastek	1s	2s	2p	3s	3p
1	1	H - $1s^1$	1				
	2	He - $1s^2$	2				
2	3	Li - $1s^2 2s^1$	2	1			
	4	Be - $1s^2 2s^2$	2	2			
	5	B - $1s^2 2s^2 2p^1$	2	2	1		
	6	C - $1s^2 2s^2 2p^2$	2	2	2		
	7	N - $1s^2 2s^2 2p^3$	2	2	3		
	8	O - $1s^2 2s^2 2p^4$	2	2	4		
	9	F - $1s^2 2s^2 2p^5$	2	2	5		
	10	Ne - $1s^2 2s^2 2p^6$	2	2	6		
3	11	Na - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$	2	2	6	1	1
	12	Mg - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$	2	2	6	2	2
	13	Al - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$	2	2	6	2	3
	14	Si - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$	2	2	6	2	4
	15	P - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$	2	2	6	2	5
	16	S - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$	2	2	6	2	6
	17	Cl - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$	2	2	6	2	
	18	Ar - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	2	2	6	2	

W przybliżeniu pola samouzgodnionego elektrony należące do tej samej podpowłoki mają te same energie $E_{n,l}$. Dodatnia wielkość ($-E_{n,l}$) nosi nazwę *energii wiązania albo energii jonizacji elektronu w atomie*. Na przykład się *energia wiązania albo energia jonizacji elektronu w atomie wodoru* wynosi 13.6 eV. Oznacza to, że minimalne napięcie potrzebne do zjonizowania atomu wodoru wynosi 13.6 V. To minimalne napięcie nazywamy *potencjałem jonizacyjnym*.

W przypadku atomu helu ($1s^2$) potencjał jonizacyjny wynosi 24.6 V i jest największy dla wszystkich pierwiastków. Żadna siła chemiczna nie może dostarczyć takiej energii, która jest potrzebna do utworzenia He^+ . W rezultacie hel nie tworzy cząsteczek z żadnym pierwiastkiem. Hel i inne atomy o *całkowicie wypełnionych powłokach* są nazywane *gazami szlachetnymi*.

Spośród pierwiastków z $n = 2$ znajdują się fluor i tlen, którym do zapełnienia orbitali $2p$ brakuje odpowiednio 1 i 2 elektrony. Pierwiastki te wykazują silną tendencję do przyłączenia dodatkowych elektronów tworząc trwale jony F^- i O^- . To zjawisko jest zwane *powinowactwem elektronowym*.

Kontynuując powyższy schemat można napisać konfigurację elektronową dowolnego atomu. Okazuje się jednak, że w układzie okresowym pierwiastków, istnieją takie miejsca, w których zaczynają się wypełniać powłoki wyższe, chociaż w niższych powłokach powstają luki. Na przykład w grupie pierwiastków od $Z = 19$ do $Z = 28$, zwanych pierwiastkami grupy żelaza, zaczyna się wypełniać się powłoka N (podpowłoka $4s$), chociaż powłoka M (podpowłoka $3d$) pozostaje niezapełniona. Na przykład żelazo ma następującą konfigurację elektronową: $\text{Fe}(Z = 26) - (1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^6(3d)^6(4s)^2$.

W przybliżeniu pola samouzgodnionego zaniedbujemy oddziaływanie, które nazywa się *spin-orbitalnym oddziaływaniem*. Uproszczony mechanizm fizyczny tego oddziaływania jest związany z tym, że wskutek orbitalnego ruchu elektronu w miejscu, gdy znajduje się elektron powstaje pole magnetyczne. Z tym "orbitalnym" polem magnetycznym zachodzi oddziaływanie własnego spinowego momentu magnetycznego elektronu. Wskutek takiego sprzężenia spin-orbitalnego elektron uzyskuje dodatkową energię która zależy od wzajemnej orientacji orbitalnego (\vec{l}) i spinowego momentów pędów (\vec{s}). Matematycznie oddziaływanie spin-orbita opisuje wyraz $J \cdot (\vec{l} \cdot \vec{s})$, gdzie J nazywa się *stałą sprzężenia spin-orbitalnego*. W atomach lekkich sprzężenie spin-orbita jest słabe i w pierwszym przybliżeniu możemy to oddziaływanie pominąć. Przybliżenie to nazywa się *sprzężeniem $L - S$* lub *sprzężeniem Russela-Saundersa*. W przybliżeniu sprzężenia Russela-Saundersa orbitalny moment pędu i spin elektronu są niezależne od siebie. Wobec tego można składać niezależnie od siebie momenty pędu wszystkich elektronów i ich spiny. Stan stacjonarny atomu o określonych liczbach kwantowych L, S, J oznaczamy symbolem $^{2S+1}L_J$, gdzie $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ jest wypadkowym momentem pędu atomu. Liczba kwantowa J może przyjmować wartości od

$|L - S|$ do $L + S$. Liczbę $(2S + 1)$ nazywa się *krotnością stanu*. Wartości kilku początkowych liczb L oznaczamy w sposób analogiczny do oznaczeń liczb kwantowych poszczególnych elektronów, a mianowicie

Liczbę $L =$ 0, 1, 2, 3, ...
 oznaczamy literą S, P, D, F, ...

Łatwo widzieć, że podpowłoki całkowicie obsadzone mają zerowe wypadkowe orbitalny momenty pędu i spin. Na przykład dla z powłoki $2p^6$ mamy:

m_l	1	0	-1	$\sum m_l = 0$
m_s	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\sum m_s = 0$

Jednak jeżeli podpowłoka jest zapełniona częściowo, to istnieje kilka możliwości rozmieszczenia elektronów zgodnych z zasadą Pauliego.

m_l			$m_L = \sum m_l$	$m_S = \sum m_s$		
+1	0	-1				
$\uparrow\downarrow$			+2	0	A	
\uparrow	\uparrow		+1	+1		B
\uparrow	\downarrow		+1	0	A	
\downarrow	\uparrow		+1	0		B
\downarrow	\downarrow		+1	-1		B
\uparrow		\uparrow	0	+1		B
\uparrow		\downarrow	0	0	A	
\downarrow		\uparrow	0	0		B
\downarrow		\downarrow	0	-1		B
	$\uparrow\downarrow$		0	0		C
	\uparrow	\uparrow	-1	+1		B
	\uparrow	\downarrow	-1	0	A	
	\downarrow	\uparrow	-1	0		B
	\downarrow	\downarrow	-1	-1		B
		$\uparrow\downarrow$	-2	0	A	

W tabeli powyżej przedstawiono rozmieszczenie elektronów dla podpowłoki $2p^2$. Strzałka do góry oznacza, że rzut spinu elektronu jest równy $m_s = +1/2$. Strzałka do dołu oznacza, że rzut spinu elektronu jest równy $m_s = -1/2$. Z danych przedstawionych w tej tabeli wynika, że istnieje stan oznaczony literą A z $L = 2$, $S = 0$, $J = 2$. Ten stan ma symbol 1D_2 . Oprócz tego stanu istnieją jeszcze dwa stany: stan oznaczony literą B z $L = 1$, $S = 1$ i stan oznaczony

literą C z $L = 0$, $S = 0$, $J = 0$. Symbol stanu z $L = 0$, $S = 0$, $J = 0$ jest 1S_0 . Dla stanu z $L = 1$, $S = 1$ liczba kwantowa J może przyjmować wartości od $|L - S| = |1 - 1| = 0$ do $L + S = 2$, czyli $J = 2, 1, 0$. A zatem stan 3P jest trypletem, zawierającym stany: 3P_2 , 3P_1 , 3P_0 .

Otrzymaliśmy więc, że podpowłóce elektronowej $2p^2$ odpowiadają 5 stanów: 1S_0 , 3P_2 , 3P_1 , 3P_0 , 1D_2 . Powstaje pytanie - który z tych pięciu stanów (termów) ma najniższą energię? Odpowiedź na to pytanie dają trzy *reguły Hunda* otrzymane na drodze empirycznej:

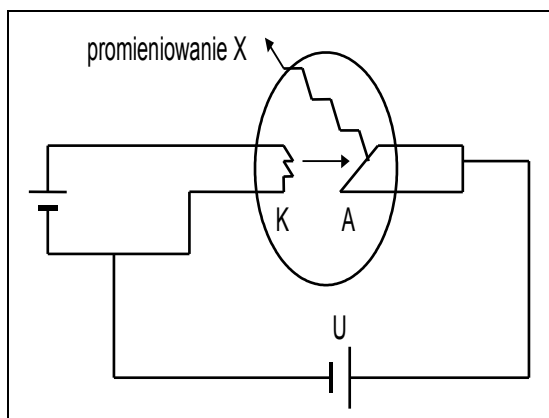
- Najniższą energię wewnątrz danej konfiguracji elektronowej ma term o najwyższej krotności $(2S + 1)$.
- Spośród termów atomowych o tej samej krotności najniższą energię ma term o najwyższej wartości L .
- W przypadku atomów z powłokami zapełnionymi mniej niż w połowie, najniższą energię ma term o najmniejszej wartości J (tzw. *multiplet normalny*). Z kolei w przypadku powłok zapełnionych więcej niż w połowie, najniższą energię ma poziom o najwyższej wartości J (tzw. *multiplet odwrócony*).

Zgodnie z regułami Hunda podstawowym stanem konfiguracji elektronowej jest term 3P_0 .

W atomach ciężkich oddziaływanie spin-orbita jest dość silne i stan każdego elektronu w atomie charakteryzuje się liczbą kwantową j_i ($\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$). Stan atomu scharakteryzowany wtedy jest zbiorem liczb kwantowych j_i poszczególnych elektronów oraz liczbami kwantowymi J ($\vec{J} = \sum \vec{j}_i$) i m_J ($m_J = -J, -J + 1, \dots, J - 1, J$). Sprężenie tego typu nosi nazwę *sprężenia jj* .

Promienie rentgenowskie

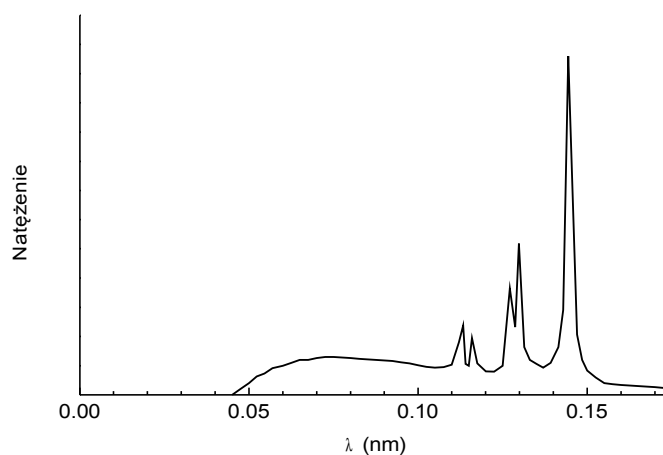
Promieniowanie rentgenowskie albo promieniowanie X powstają przy uderzeniu szybkich elektronów w tarczę. Elektrony emitowane z katody K i przyspieszone przez napięcie U rzędu 10^4 V (przyłożone pomiędzy katodą i anodą) uderzają w anodę (tarczę). W anodzie A elektrony są hamowane, aż do ich całkowitego zatrzymania. Zgodnie z fizyką klasyczną w wyniku tego hamowania (ładunek doznający przyspieszenia) powinna nastąpić emisja promieniowania elektromagnetycznego o widmie ciągłym. Przykładowy rozkład widmowy rentgenowski otrzymany dla wolframu jest pokazany na wykresie poniżej.



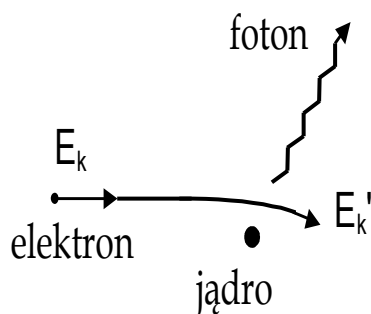
Najbardziej charakterystycznymi cechami obserwowanych rozkładów widmowych promieniowania X są: charakterystyczne linie widmowe tj. maksima natężenia promieniowania występujące dla ściśle określonych długości fal. Zaobserwowano, że *widmo liniowe* zależy od materiału (pierwiastka) anody.

Drugą ważną cechą widma promieniowania rentgenowskiego jest istnienie dobrze określonej minimalnej długości fali λ_{min} *widma ciągłego*. Stwierdzono, że wartość λ_{min} zależy jedynie od napięcia U i jest taka sama dla wszystkich materiałów, z jakich wykonana jest anoda. Istnienie krótkofalowej granicy widma ciągłego promieniowania X nie może być wyjaśnione przez klasyczną teorię elektromagnetyzmu.

W świetle tej teorii nie istnieją żadne powody, aby z anody nie mogły być wysłane fale o długości mniejszej od jakiejś wartości granicznej. Jeżeli jednak potraktujemy promieniowanie rentgenowskie jako strumień fotonów to wyjaśnienie obserwowanego zjawiska jest proste.



Elektron o początkowej energii kinetycznej E_k (uzyskanej dzięki napięciu U) w wyniku oddziaływania z ciężkim jądrem atomu tarczy jest hamowany i energia jaką traci pojawia się w formie kwantów (rys. niżej).



Energia powstającego fotonu jest dana wzorem:

$$h\nu = E_k - E'_k,$$

gdzie E'_k jest energią elektronu po zderzeniu.

Elektron w trakcie zderzenia przekazuje jądrze pewną energię jednak ze względu na to, że jądra tarczy są bardzo ciężkie w porównaniu do elektronu możemy ją zaniedbać. Długość fali fotonu można obliczyć z relacji

$$h \frac{c}{\lambda} = E_k - E'_k .$$

W wyniku zderzeń elektrony tracą różne ilości energii typowo elektron zostaje zatrzymany w wyniku wielu zderzeń z jądrami tarczy - otrzymujemy szereg fotonów o różnych energiach (różnych λ). Wobec tego promieniowanie rentgenowskie wytwarzane przez wiele elektronów będzie miało *widmo ciągłe*. Powstaje wiele fotonów o długościach od λ_{min} do $\lambda \rightarrow \infty$, co odpowiada różnym energiom traconym w zderzeniach. Foton o najmniejszej długości fali λ_{min} (maksymalnej energii) będzie emitowany wtedy gdy elektron straci całą energię w jednym procesie zderzenia. Oznacza to, że po tym zderzeniu $E'_k = 0$ a więc

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = E_k . \quad (13.4)$$

Ponieważ energia kinetyczna elektronu przed zderzeniem jest równa eU (elektron przyspieszony napięciem U) więc zachodzi relacja

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = eU .$$

Skąd dla najmniejszej długości wypromieniowanej fali rentgenowskiej λ_{min} znajdujemy

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU} . \quad (13.5)$$

Tak więc minimalna długość fali odpowiadająca całkowitej zamianie energii kinetycznej elektronów na promieniowanie zależy jedynie od U , a nie zależy np. od materiału z którego zrobiono tarczę (anodę).

Podobnie na gruncie fizyki kwantowej można wyjaśnić powstawanie *widma liniowego (charakterystycznego)*. Elektron z wiązki padającej przelatując przez atom anody, niekiedy przechodzi w pobliżu elektronu podpowłoki wewnętrznej. W wyniku oddziaływania kulombowskiego między tymi elektronami może dojść do wybicia elektronu z wewnętrznej podpowłoki poza atom. Pozostawia to atom w stanie wysoko wzbudzonym ponieważ ubył elektron o dużej energii wiązania. Atom ostatecznie powróci do stanu podstawowego, emitując serię fotonów wysokoenergetycznych. Aby to szczegółowo prześledzić rozpatrzmy atom anody, z którego podpowłoki $1s$ został usunięty elektron. W pierwszym kroku powrotu

atomu do stanu podstawowego elektron z jednej z podpowłok o mniej ujemnej (wyższej) energii np. elektron $2p$, przechodzi na wolne miejsce w podpowłoce $1s$. Pozostawia to dziurę w podpowłoce $2p$. Towarzyszy temu emisja fotonu o energii równej spadkowi energii wzbudzenia tj. różnicy energii atomu z brakującym elektronem $1s$ i atomu z brakującym elektronem $2p$. Oczywiście dziura w podpowłoce $2p$ może być zapelniona przez elektron $3d$, a powstała dziura w podpowłoce $3d$ przez elektron $4p$ itd. Zazwyczaj proces powrotu atomu do stanu podstawowego składa się z kilku kroków. W każdym kroku dziura przeskakuje do podpowłoki o mniej ujemnej energii, aż przejdzie do najbardziej zewnętrznej podpowłoki gdzie zostanie zajęta przez jakiś elektron będący w pobliżu. Atom jest znowu w stanie podstawowym i jest obojętny elektrycznie. Każdemu przejściu dziury do stanu o mniej ujemnej energii towarzyszy emisja fotonu o energii równej spadkowi energii wzbudzenia. W ten sposób powstaje *widmo liniowe*. Ponieważ przejścia odbywają się pomiędzy podpowłokami atomu anody więc wysyłane promieniowanie X jest charakterystyczne dla atomów konkretnego pierwiastka anody. Liniowe widma rentgenowskie są interesujące praktyczni ze względu na wiele użytecznych zastosowań w nauce i technice.