

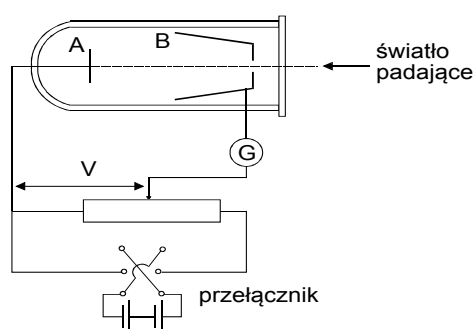
## Wykład 11

### Elementy optyki kwantowej

Optyka kwantowa jest działem optyki, która bada zjawiska związane z przejawem kwantowych, korpuskularnych właściwości światła. Do tych zjawisk należą: promieniowanie termiczne o którym była mowa w poprzednim wykładzie; zjawisko fotoelektryczne; zjawisko Comptona; szereg zjawisk fotochemicznych.

#### Zjawisko fotoelektryczne

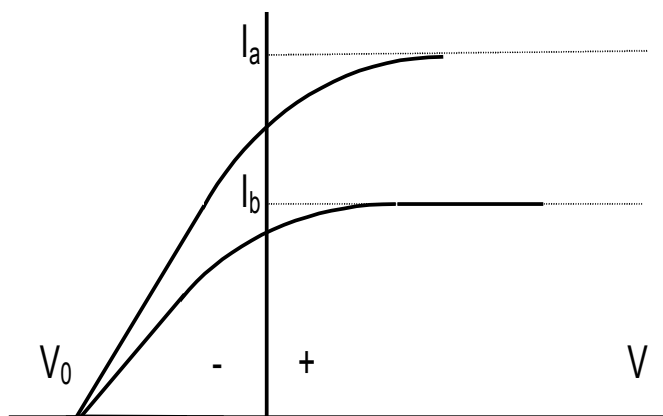
Zjawisko fotoelektryczne odkrył w 1887 roku H.G.Hertz, który zauważył, że z powierzchni niektórych metali oświetlanych światłem są wybijane elektrony. Na rysunku przedstawiono aparaturę do badania zjawiska fotoelektrycznego. W szklanej bańce, w której panuje wysoka próżnia, znajdują się dwie metalowe elektrody A i B. Światło pada na metalową płytkę A i uwalnia z niej elektrony, które nazywamy *fotoelektronami*.



Fotoelektrony można zarejestrować jako prąd elektryczny płynący między płytką A oraz elektrodą zbierającą B przy wytworzeniu między nimi odpowiedniej różnicy potencjałów  $V$  (tak aby elektrony były przyciągane do B). Do pomiaru prądu stosujemy czułe galwanometry.

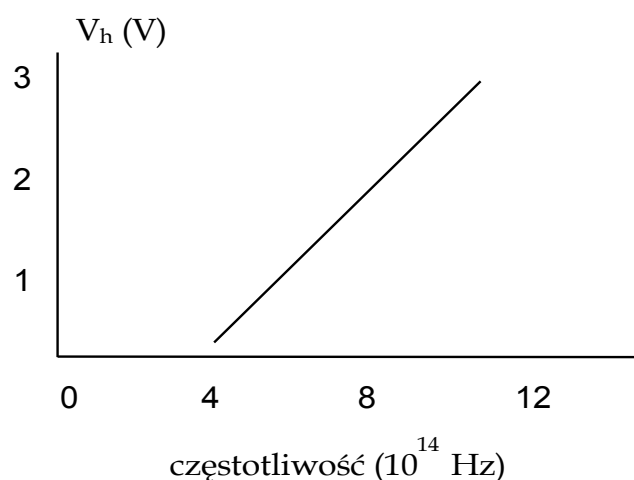
Poniżej pokazana jest zależność prądu fotoelektrycznego od przyłożonego napięcia (różnicy potencjałów  $V$ ). Gdy  $V$  jest dostatecznie duże, wtedy prąd fotoelektryczny osiąga maksymalną wartość (*prąd nasycenia*). Wtedy wszystkie elektrony wybijane z płytki A docierają do elektrody B. Jeżeli zmienimy znak napięcia  $V$ , to prąd nie spada do zera natychmiast (przy  $V = 0$  mamy niezerowy prąd). *Oznacza to, że fotoelektrony emitowane z płytki A mają pewną energię kinetyczną*. Nie wszystkie elektrony mają jednakowo dużą energię kinetyczną bo tylko część z nich dolatuje do elektrody B (prąd mniejszy od maksymalnego). Przy dostatecznie dużym napięciu ( $V_0$ ) zwanym *napięciem hamowania* prąd zanika. Różnica potencjałów  $V_0$  pomnożona przez ładunek elektronu  $e$  jest miarą energii najszybszych elektronów (przy  $V_0$  nawet najszybsze elektrony są zahamowane, nie dochodzą do B):

$$T_{\max} = eV_0 . \quad (11.1)$$



Krzywe a i b na rysunku różnią się natężeniem padającego światła ( $I_a > I_b$ ). Widać więc, że  $T_{\max}$  nie zależy od natężenia światła. Zmienia się tylko prąd nasycenia, a to oznacza, że wiązka światła o większym natężeniu wybija więcej elektronów (ale nie szybszych).

Wynik innego doświadczenia pokazuje kolejny rysunek.



Pokazano tu zależność napięcia hamowania od częstotliwości światła padającego dla sodu. (Millikan, Nobel w 1923). Zauważmy, że istnieje pewna wartość progowa częstotliwości, poniżej której zjawisko fotoelektryczne nie występuje.

Opisane zjawisko fotoelektryczne ma trzy cechy, których nie można wyjaśnić na gruncie klasycznej falowej teorii światła:

- Z teorii klasycznej wynika, że większe natężenia światła oznacza większe pole elektryczne  $E$  ( $I \sim E^2$ ). Ponieważ siła działająca na elektron wynosi  $eE$  więc gdy rośnie natężenie światła to powinna rosnąć ta siła, a w konsekwencji energia kinetyczna elektronów. Tymczasem z doświadczeń wynika, że  $T_{\max}$  nie zależy od natężenia światła.
- Zgodnie z teorią falową zjawisko fotoelektryczne powinno występować dla każdej częstotliwości światła pod warunkiem dostatecznego natężenia. Jednak dla każdego materiału istnieje progowa częstotliwość  $\nu_0$ , poniżej której nie obserwujemy zjawiska fotoelektrycznego bez względu na jak silne jest oświetlenie.
- Ponieważ energia w fali jest „rozłożona” w całej przestrzeni to elektron absorbuje tylko niewielką część energii z wiązki (bo jest bardzo mały). Można więc spodziewać się opóźnienia pomiędzy początkiem oświetlenia, a chwilą uwolnienia elektronu (elektron musi mieć czas na zgromadzenie dostatecznej energii). Jednak nigdy nie stwierdzono żadnego mierzalnego opóźnienia czasowego.

Einsteinowi udało się wyjaśnić efekt fotoelektryczny dzięki nowemu założeniu, że energia wiązki świetlnej rozchodzi się w przestrzeni w postaci skończonych porcji (kwantów) energii zwanych *fotonami*. Energia pojedynczego fotonu jest dana wzorem

$$E = h\nu \quad . \quad (11.2)$$

Przypomnijmy sobie, że Max Planck utrzymywał, że *źródło emituje światło w sposób nieciągły ale w przestrzeni rozchodzi się ono jako fala elektromagnetyczna*. Hipoteza Einsteina sugeruje, że foton padając na warstewkę metalu zderza się z jednym z elektronów tej warstewki i przekazuje mu całą swoją energię (11.2), która zamienia się na pracę potrzebną do wybicia elektronu z metalu (praca ta nazywa się *pracą wyjścia*)  $W$  oraz energię kinetyczną elektronu  $T_{\max}$  :

$$h\nu = W + T_{\max} \quad . \quad (11.3)$$

Wzór ten nazywa się *wzorem Einsteina* i wzór ten tłumaczy wszystkie cechy efektu fotoelektrycznego, które nie daje się wyjaśnić za pomocą klasycznej teorii falowej światła.

- Podwajając natężenie światła podwajamy liczbę fotonów a nie zmieniamy ich energii. Ulega więc podwojeniu fotoprąd a nie  $T_{\max}$ , która nie zależy tym samym od natężenia.
- Jeżeli mamy taką częstotliwość światła, że  $h\nu_0 = W$  to wtedy  $T_{\max} = 0$  i nie ma nadmiaru energii. Jeżeli  $\nu < \nu_0$  to fotony niezależnie od ich liczby (natężenia światła) nie mają dosyć energii do wywołania fotoemisji.
- Korzystając ze wzoru (11.1) możemy przepisać równanie fotoefektu w postaci

$$V_0 = \frac{h\nu}{e} - \frac{W}{e} \quad . \quad (11.4)$$

Z tego równania widać, że teoria przewiduje liniową zależność pomiędzy napięciem hamowania, a częstotliwością światła, co jest całkowicie zgodne z doświadczeniem.

Teoria fotonowa całkowicie potwierdza więc fakty związane ze zjawiskiem fotoelektrycznym, wydaje się jednak być sprzeczna z teorią falową, która też potwierdzona została doświadczalnie (np. zjawiska interferencji i dyfrakcji światła). Nasz obecny punkt widzenia na naturę światła jest taki, że ma ono dwoisty charakter, tzn. w pewnych warunkach zachowuje się jak fala, a w innych jak cząstka, czyli foton. Ta dwoista natura będzie jeszcze omawiana na dalszych wykładach.

Zwróćmy uwagę, że absorpcja fotonu przez elektron swobodny jest niemożliwa i sprzeczna z zasadami zachowania energii i pędu. Najłatwiej udowodnić to na przykładzie absorpcji fotonu przez nieruchomy elektron swobodny. Z zasady zachowania energii

$$h\nu + m_0c^2 = \sqrt{p_e^2c^2 + m_0^2c^4}$$

i pędu

$$\frac{h\nu}{c} = p_e ,$$

wynika, że

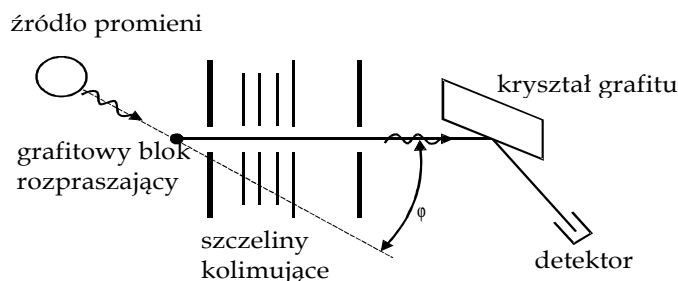
$$(p_e c + m_0 c^2)^2 = p_e^2 c^2 + 2 p_e m_0 c^3 + m_0^2 c^4 = p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4 .$$

Skąd otrzymujemy

$$\frac{h\nu}{c} = p_e = 0 .$$

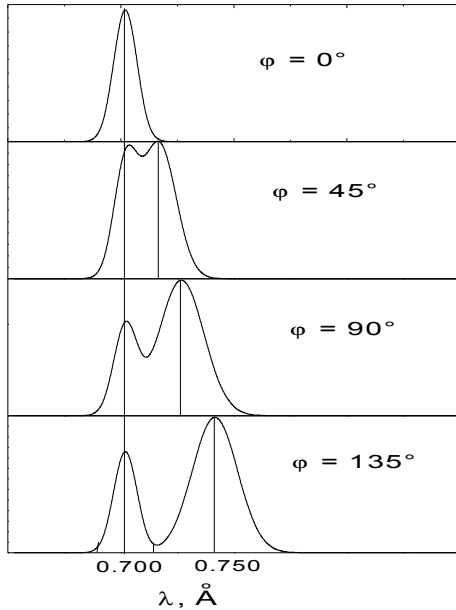
### Efekt Comptona

Doświadczalne potwierdzenie istnienia fotonu jako skończonej porcji energii zostało dostarczone przez Comptona w 1923 r (nagroda Nobla w 1927).



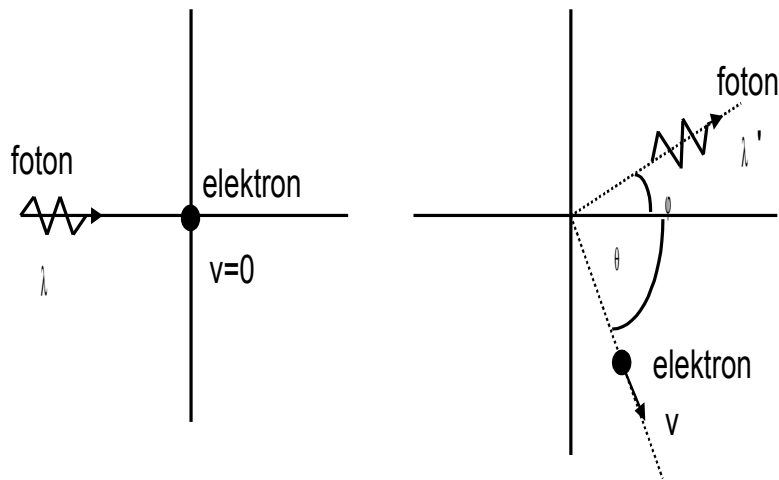
Zjawisko Comptona jest związane ze zmianą długości fali promieniowania rentgenowskiego (promieni X) podczas rozpraszania tego promieniowania przez substancję zawierającą atomy lekkie. Schemat doświadczenia Comptona przedstawia rysunek wyżej.

Wiązka promieni X o dokładnie określonej długości fali pada na blok grafitowy (rysunek poniżej). Compton mierzył natężenie wiązki rozproszonej pod różnymi kątami jako funkcję  $\lambda$ . Wyniki pokazane są na rysunku niżej. Widać, że chociaż wiązka padająca na grafit ma jedną długość fali to rozproszone promienie X mają maksimum dla dwóch długości fali. Jedna z nich jest identyczna jak  $\lambda$  fali padającej, druga  $\lambda'$  jest większa (dłuższa) o  $\Delta\lambda$ .



To tzw. *przesunięcie Comptona* zmienia się z kątem obserwacji rozproszonego promieniowania X (czyli  $\lambda'$  zmienia się z kątem). Jeżeli padające promieniowanie potraktujemy jako falę to pojawienie się fali rozproszonej o długości  $\lambda'$  nie da się wyjaśnić. Compton potrafił wyjaśnić swoje wyniki przyjmując, że wiązka promieni X nie jest falą, a strumieniem fotonów o energii  $h\nu$ . Założył on, że fotony (jak cząstki) ulegają zderzeniu z elektronami swobodnymi w bloku grafitu.

Podobnie jak w typowych zderzeniach (np. kule bilardowe) zmienia się kierunek poruszania się fotonu oraz jego energia (część energii przekazana elektronowi). To ostatnie oznacza zmianę częstotliwości i zarazem długości fali. Sytuacja ta jest schematycznie pokazana na rysunku poniżej.



Zgodnie z zasadą zachowania energii, całkowita energia początkowa równa się całkowitej energii końcowej

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + E_e', \quad (11.5)$$

gdzie  $E_e'$  energia elektronu po zderzeniu z fotonem. Tu założyliśmy, że elektron przed zderzeniem z fotonem spoczywa ( $v = 0$ ).

Dla cząstek z zerową masą spoczynkową (a foton właśnie jest taką cząstką) energia cząstki i pęd są powiązane równaniem

$$E = h\nu = cp \quad (11.6)$$

Korzystając z tego wzoru równanie (11.5) można zapisać w postaci

$$(p - p' + m_0c)^2 = \left(\frac{E_e'}{c}\right)^2, \quad (11.7a)$$

albo

$$p^2 + p'^2 + m_0^2c^2 - 2pp' + 2pm_0c - 2p'm_0c = \left(\frac{E_e'}{c}\right)^2. \quad (11.7b)$$

Z drugiej strony z zasady zachowania pędu

$$\vec{p} - \vec{p}' = \vec{p}'_e,$$

otrzymujemy

$$p^2 - 2 \cdot (\vec{p} \cdot \vec{p}') + p'^2 = p_e'^2. \quad (11.8)$$

Odejmując to wyrażenie od równania (11.7b) znajdujemy

$$m_0^2c^2 - 2p'(p + m_0c - p \cos\varphi) + 2pm_0c = \left(\frac{E_e'}{c}\right)^2 - p_e'^2. \quad (11.9)$$

Energia elektronu  $E_e'^2$  w przypadku ruchów z prędkościami relatywistycznymi jest określona wzorem

$$E_e'^2 = c^2(p_e'^2 + m_0^2c^2),$$

a zatem prawą stronę równania (11.9) możemy zastąpić wyrażeniem  $m_0^2c^2$  i wtedy z równania (11.9) otrzymujemy

$$p' = \frac{p}{1 + \frac{p}{m_0c}(1 - \cos\varphi)} = \frac{1}{\frac{1}{p} + \frac{1}{m_0c}(1 - \cos\varphi)}. \quad (11.10)$$

Dla fotonu  $p = h/\lambda$ , a zatem wzór (11.10) możemy przepisać w postaci

$$\frac{1}{\lambda'/h'} = \frac{1}{\lambda/h + \frac{1}{m_0c}(1 - \cos\varphi)}.$$

Skąd ostatecznie znajdujemy

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \lambda_C (1 - \cos \varphi) . \quad (11.11)$$

Tu  $\lambda_C = h/m_0 c = 0,0242 \text{ \AA}$  nazywa się długością Comptona dla elektronu.

Tak więc przesunięcie Comptona znajduje proste wytłumaczenie w modelu korpuskularnej natury światła.

Pozostaje tylko wyjaśnić występowanie maksimum dla nie zmienionej  $\lambda$ . Za ten efekt odpowiedzialne są zderzenia z elektronami rdzenia jonowego. W zderzeniu odrzutowi ulega cały jon o masie  $M$ . Dla węgla (grafitu)  $M = 22000 m_0$  więc otrzymujemy niemierzalnie małe przesunięcie Comptona.

### **Dualizm falowo-korpuskularny cząstek materialnych**

Omawiane wyżej doświadczenia optyki kwantowej były interpretowane w oparciu o model cząsteczkowy światła. Z drugiej strony takie zjawiska jak interferencja i dyfrakcja światła w sposób przekonujący świadczą na rzecz falowej natury światła.

Jeżeli światło ma dwoistą falowo-cząsteczkową naturę, to być może materia też ma taką dwoistą naturę. Taką sugestię zaprezentował w 1924 L. de Broglie w oparciu o obserwację, że Wszechświat składa się wyłącznie ze światła i materii oraz że pod wieloma względami przyroda jest zadziwiająco symetryczna. Chociaż materię traktowano jako cząstki de Broglie zasugerował, że należy zbadać czy materia nie wykazuje również własności falowych.

De Broglie nie tylko zaproponował istnienie fal materii ale również przewidział ich długość. Założył, że długość przewidywanych fal materii jest określona tym samym związkiem, który stosuje się do światła:

$$\lambda = \frac{h}{p} , \quad (11.12)$$

gdzie  $p$  jest pędem cząstki.

Jako przykład rozważmy jaką długość fali przewiduje równanie (11.12) dla obiektów „masywnych” np. dla piłki, o masie 1 kg, poruszającej się z prędkością 10 m/s, a jaką dla „lekkich” np. elektronów przyspieszonych napięciem 100 V? Dla piłki  $p = mv = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}$

$= 10 \text{ kg m/s}$ . Stąd długość fali de Broglie’a wynosi  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{10 \text{ kgm/s}} = 6.6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$ . Ta

wielkość jest praktycznie równa zero zwłaszcza w porównaniu z rozmiarami obiektu.

Doświadczenia prowadzone na takim obiekcie nie pozwalają więc na rozstrzygnięcie czy materia wykazuje własności falowe ( $\lambda$  zbyt mała). Przypomnijmy, że *falowy charakter światła* przejawia się gdy wymiary liniowe obiektów są porównywalne z długością fali. Natomiast elektrony przyspieszone napięciem 100 V uzyskują energię kinetyczną  $E_k = eU = 100 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ . Prędkość jaką uzyskują elektrony wynosi

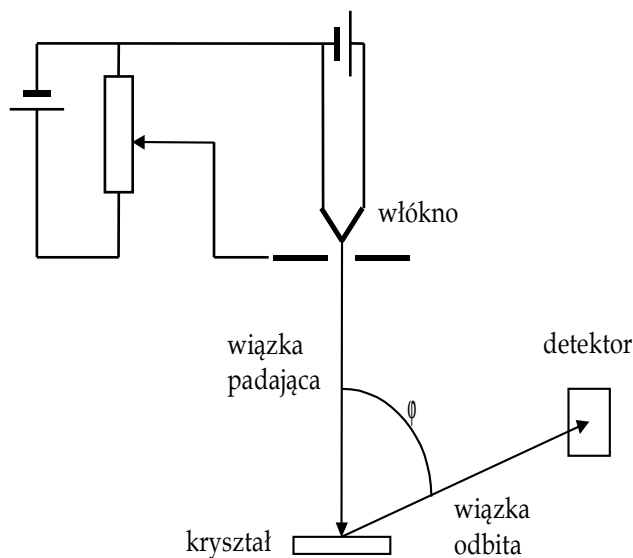
$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-17} \text{ J}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 5.9 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Odpowiednia długość fali de Broglie'a wynosi

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 5.9 \cdot 10^6 \text{ kgm/s}} = 1.2 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0.12 \text{ nm}.$$

Jest to wielkość rzędu

odległości między atomowych w ciałach stałych. Można więc zbadać falową naturę materii (tak jak promieni Roentgena) skierowując wiązkę elektronów, o odpowiedniej energii, na kryształ. Takie doświadczenie przeprowadzili w 1961 roku Davisson i Germer w USA oraz Thomson w Szkocji. Na rysunku przedstawiono schemat aparatury pomiarowej.



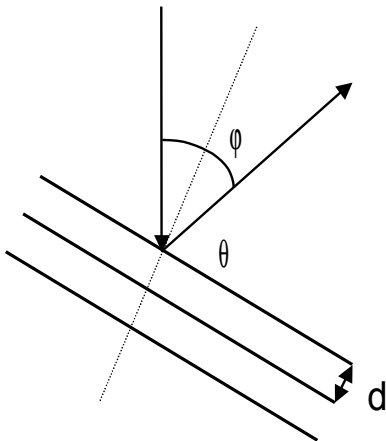
Elektrony emitowane z ogrzewanego włókna przyspieszane są regulowanym napięciem. Wiązka zostaje skierowana na kryształ niklu a detektor jest ustawiony pod pewnym szczególnym kątem  $\varphi$ . Natężenie wiązki ugiętej na kryształ jest odczytywane przy różnych napięciach przyspieszających. Okazuje się, że prąd w detektorze ujawnia maksimum dyfrakcyjne przy kącie równym  $50^\circ$  dla  $U = 54 \text{ V}$ .

Jeżeli skorzystamy z prawa Bragga ( $\lambda = 2d \sin \theta$ ) możemy obliczyć wartość  $\lambda$ , dla której obserwujemy maksimum w tych warunkach. Dla niklu  $d = 0.091 \text{ nm}$ . Ponieważ  $\varphi = 50^\circ$  więc  $\theta = 90^\circ - \varphi/2 = 65^\circ$  (rysunek). Długość fali obliczona w oparciu o te dane wynosi:  $\lambda = 2 \cdot 0.091 \text{ nm} \cdot \sin 65^\circ = 0.165 \text{ nm}$ . Teraz w oparciu o znaną energię elektronów (54 eV) obliczymy długość fali de Broglie'a:

$$\lambda = \frac{h}{p} = 0.165 \text{ nm}.$$



Ta doskonała zgodność stanowiła argument za tym, że w pewnych okolicznościach elektrony wykazują naturę falową.



Dzisiaj wiemy, że inne cząstki, zarówno naładowane jak i nienaładowane, wykazują cechy charakterystyczne dla fal. Dyfrakcja neutronów jest powszechnie stosowaną techniką eksperymentalną używaną do badania struktury ciał stałych. Tak więc, zarówno dla materii, jak i dla światła, musimy przyjąć istnienie dwoistego ich charakteru.