

Wykład 11

Elementy optyki geometrycznej

Widmo i natura światła

Optyka to nauka o falach elektromagnetycznych, ich wytwarzaniu, rozchodzeniu się w różnych ośrodkach, i oddziaływaniu z tymi ośrodkami. Różnice między falami elektromagnetycznymi o różnych częstościach przejawiają się wyraźnie w sposobach ich wytwarzania i wykrywania oraz oddziaływaniu ich z materią. Stąd podział całego widma elektromagnetycznego na szereg zakresów:

- *fale radiowe*: długie, średnie, krótkie i ultrakrótkie ($\nu < 5 \cdot 10^9$ Hz lub $\lambda > 1$ cm);
- *mikrofale* ($5 \cdot 10^9$ Hz $< \nu < 8 \cdot 10^{11}$ Hz lub 1 mm $< \lambda < 1$ cm);
- *podczerwień* ($8 \cdot 10^{11}$ Hz $< \nu < 5 \cdot 10^{14}$ Hz lub 700 nm $< \lambda < 1$ mm);
- *fale widzialne* ($5 \cdot 10^{14}$ Hz $< \nu < 2 \cdot 10^{15}$ Hz lub 350 nm $< \lambda < 700$ nm);
- *nadfiolet* ($2 \cdot 10^{15}$ Hz $< \nu < 8 \cdot 10^{16}$ Hz lub 10 nm $< \lambda < 350$ nm);
- *promieniowanie Roentgena* ($8 \cdot 10^{16}$ Hz $< \nu < 5 \cdot 10^{20}$ Hz lub 1 pm $< \lambda < 10$ nm);
- *promieniowanie gamma* ($5 \cdot 10^{20}$ Hz $< \nu$ lub $\lambda < 1$ pm).

Najkrótsze obecnie otrzymane promieniowanie gamma ma długość fali równą $0,2$ Å (1 Å = 10^{-10} m).

Chociaż wiemy, że światło jest falą elektromagnetyczną, wiedza ta nie jest zbyt przydatna do opisu i zrozumienia szeregu zjawisk związanych ze światłem, z działaniem różnych przyrządów optycznych itd. Okazuje się, że w wielu przypadkach całkowicie wystarczający jest znacznie prostszy opis światła, który powstał na długo przed sformułowaniem równań Maxwella. Opis ten oparty jest na idei promieni światła. Wykorzystuje on prawa, które opisują ich zachowanie się w różnych sytuacjach.

W szczególności mechanizm widzenia, ściśle związany z udziałem światła; może być wytłumaczony bez odwoływania się do teorii Maxwella. Jest dla nas oczywiste, że widzenie obiektów świecących możliwe jest dzięki światłu wytworzonymu przez te obiekty, które dociera do naszych oczu. Widzenie obiektów nieświecących jest możliwe dzięki rozpraszaniu przez te obiekty światła wytworzonego przez inne obiekty, takie jak Słońce (które zapewnia, dzięki rozpraszaniu w atmosferze, także oświetlenie w dni pochmurne), czy źródła światła sztucznego (lampy, świetlówki itd). Z codziennych obserwacji wiemy także, że światło rozchodzi się, z bardzo dużą prędkością i prostoliniowo, w ośrodkach materialnych o

odpowiednich własnościach (przezroczystych) takich jak powietrze, szkło, ale także w próżni.

Obecnie stosują trzy podstawowe modele, które opisują światło uwzględniając w różnym stopniu jego cechy:

1. *Model promieni* (model przybliżony), który jest podstawowym modelem optyki geometrycznej. Zaletą tego modelu jest prostota i duża efektywność. Model promieni uwzględnia oddziaływanie światła z obiektami makroskopowymi w zakresie wystarczającym do opisu działania układów optycznych, chociaż pewne ograniczenia tych układów mogą wymagać uwzględnienia falowej natury światła. Ponieważ w ośrodkach jednorodnych światło rozchodzi się prostoliniowo można wyznaczyć eksperymentalnie, używając odpowiednich przesłon i otworków, kierunki rozchodzenia się światła. Kierunki te są prostopadłe do powierzchni falowych rozchodzącej się fali elektromagnetycznej (o tych powierzchniach więcej powiemy później, przy okazji omawiania optyki falowej). Linie w przestrzeni, wyznaczone przez kierunki rozchodzenia się światła nazywamy *promieniami świetlnymi*. Jeśli otworki nie są zbyt małe (nie ma ugięcia), to promienie świetlne są także torami fotonów, cząstek (korpusek) reprezentujących światło w modelu 3. Przecinające się promienie świetlne nie przeszkadzają sobie nawzajem i nie wpływają na siebie w żaden sposób.

2. *Model falowy* (przybliżony, kładzie nacisk na falowe aspekty światła). Model falowy jest niezbędny do opisu oddziaływania światła z obiektami o rozmiarach rzędu długości fali światła (rzędu 500 nm), w tym zjawisk interferencji i dyfrakcji. Daje interpretację koloru (długość fali). Uzasadnia model promieni i daje interpretację promieni (linie wyznaczone przez kierunki prostopadłe do powierzchni falowych). W prostym ujęciu falę świetlną traktujemy jako falę skalarną (model sprzed teorii elektromagnetycznej światła), w bardziej zaawansowanym uwzględniamy jej poprzeczny i wektorowy charakter (takie podejście jest konieczne dla opisu zjawisk związanych z polaryzacją światła).

3. *Model korpuskularny* (korpusek Newtona, w ujęciu współczesnym fotony). Niezbędny do opisu oddziaływania światła z układami atomowymi (o wymiarach rzędu 1 nm). Energia pojedynczego fotonu wynosi $h\nu$ (gdzie h to stała Plancka a ν częstość związanej z nim fali elektromagnetycznej), a jego pęd jest równy $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, gdzie $\hbar = h/2\pi$, a \vec{k} to wektor falowy tej fali ($|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$). Tylko całe fotony mogą być absorbowane; inaczej mówiąc wymiana energii pomiędzy polem elektromagnetycznym, a układami materialnymi odbywa się porcjami energii (kwantami), których wartość wynosi $h\nu$.

Z grubsza optykę można podzielić na optykę geometryczną, która zajmuje się między

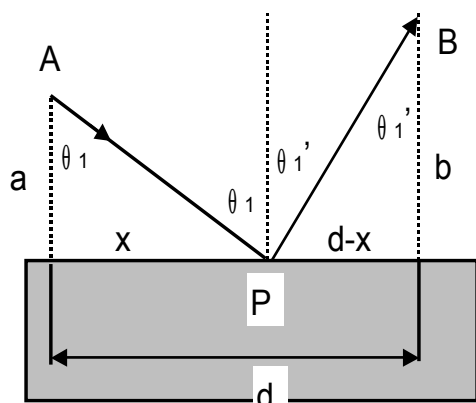
innymi przyrządami optycznymi (wymiary makroskopowe), falową (wymiary układów porównywalne z długością fali; przydaje się m.in. do oceny niektórych ograniczeń i błędów układów optycznych) i spektroskopię. Z wielu zastosowań optyki warto wymienić przyrządy optyczne, różnego typu lasery, telekomunikację (włókna), optyczne przetwarzanie informacji (obrazu), sprzęt do monitorowania środowiska, całą wielką dziedzinę związaną z oświetleniem, itd., itp.

Optyka geometryczna. Zasada Fermata

W optyce geometrycznej przy opisie światła stosujemy pojęcie *promienia świetlnego* i zakładamy, że światło rozchodzi się wzdłuż prostych linii, które nazywamy promieniami. Warunkiem stosowalności optyki geometrycznej jest aby wymiary liniowe wszystkich obiektów (soczewek, pryzmatów, szczelin itp.) były o wiele większe od długości fali świetlnej.

Podstawą optyki geometrycznej jest zasada, którą w roku 1650 odkrył Pierre Fermat: *promień świetlny biegnący z jednego punktu do drugiego przebywa drogę, na której przebycie trzeba zużyć w porównaniu z innymi, sąsiednimi drogami, minimum albo maksimum czasu.*

Z zasady Fermata natychmiast wynika, że w próżni albo w jednorodnym ośrodku światło rozchodzi się wzdłuż prostej. Z zasady Fermata łatwo wyprowadzić też prawa odbicia i załamania światła.



Na rysunku są przedstawione dwa punkty A i B oraz łączący je promień APB . Całkowita długość drogi promienia wynosi

$$l = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2} \quad , \quad (11.1)$$

gdzie x jest zmienną zależną od położenia punktu P (punkt odbicia promienia).

Zgodnie z zasadą Fermata punkt P wybieramy tak, żeby czas przebycia drogi APB był minimalny. Matematycznie warunek ten ma postać:

$$\frac{dl}{dx} = 0 \quad . \quad (11.2)$$

Różniczkując (11.1) względem x i biorąc pod uwagę wzór $df^n(x)/dx = n \cdot f^{n-1}(x) \cdot df/dx$ otrzymujemy

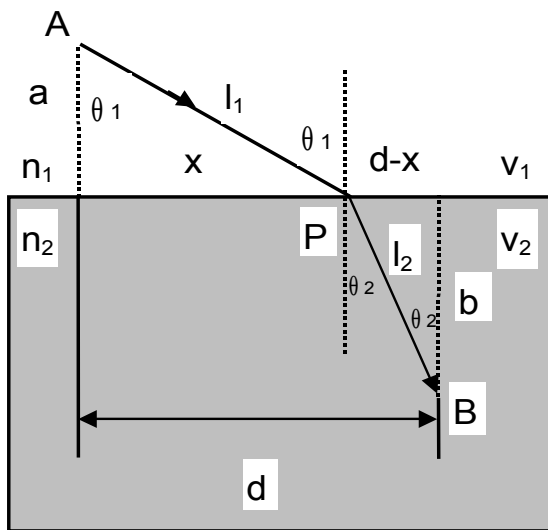
$$\frac{dl}{dx} = \frac{1}{2}(a^2 + x^2)^{-1/2} 2x + \frac{1}{2}[b^2 + (d-x)^2]^{-1/2} 2(d-x)(-1) = 0,$$

lub przekształcając, znajdujemy

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (11.3)$$

Z rysunku widać, że

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \cos(90^\circ - \theta_1) \equiv \sin \theta_1, \quad \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = \cos(90^\circ - \theta_1') \equiv \sin \theta_1' \quad (11.4)$$



A zatem dla odbicia światła otrzymujemy prawo - kąt padającego promienia świetlnego jest równy kątowi promienia odbitego

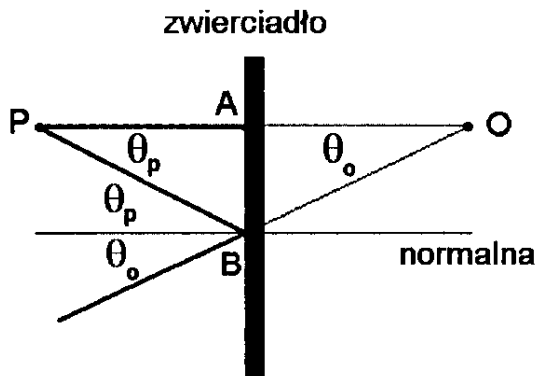
$$\theta_1 = \theta_1' \quad (11.5)$$

Podobnie postępując można w celu wyprowadzić prawo załamania światła:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (11.6)$$

Zwierciadło płaskie

Zwierciadło płaskie jest najprostszym “przyrządem optycznym”, z którym stykamy się codziennie. By zrozumieć jak powstaje obraz w zwierciadle płaskim możemy odwołać się do modelu promieni.



przedmiot

obraz

przedmiotu, powstaje zatem wrażenie, że za zwierciadłem, dokładnie w tej samej odległości ale po przeciwnej stronie, znajduje się odpowiednik przedmiotu, czyli zbiór punktów, każdy z

Wiązka promieni świetlnych rozproszonych od jednego wybranego punktu P przedmiotu poruszających się w kierunku zwierciadła odbija się od jego powierzchni. Przedłużenia promieni odbitych przecinają się w jednym punkcie O , który będzie obrazem odpowiadającego mu punktu przedmiotu P .

Ponieważ dzieje się tak dla każdego punktu

których jest (pozornie) źródłem promieni światła rozproszonego. Obserwujemy obraz jest obrazem pozornym, gdyż w przeciwieństwie do obrazu rzeczywistego, w punktach, z których składa się obraz, przecinają się przedłużenia promieni, a nie one same. Nie moglibyśmy zatem przedstawić tego obrazu na przykład na ekranie.

Udowodnimy, że obraz znajduje się za zwierciadłem w tej samej od niego odległości jak przedmiot. Dla uproszczenia rozważmy jeden punkt przedmiotu P i z nieskończonej liczby promieni, wychodzących z tego punktu wybierzmy dwa: jeden prostopadły do powierzchni zwierciadła (promień PA) i drugi promień poruszający się w stronę zwierciadła pod kątem θ_P do normalnej. Przedłużenie promienia odbitego od zwierciadła w punkcie B tworzy z przedłużeniem promienia PA kąt θ_O . Ponieważ kąty θ_P i θ_O są równe, punkt O leży w tej samej odległości od powierzchni zwierciadła (AO) jak przedmiot (PA) niezależnie od tego, jaką wartość przyjmuje kąt θ_P . To oznacza, że *wszystkie* promienie wychodzące z punktu P i padające na zwierciadło dadzą promienie odbite, których przedłużenia przetną się w punkcie O . Zauważmy, że chociaż nasze odbicie w zwierciadle wygląda znajomo, obraz jednak ma serce z prawej strony.

Zwierciadła wypukłe i wklęsłe. Równanie zwierciadła

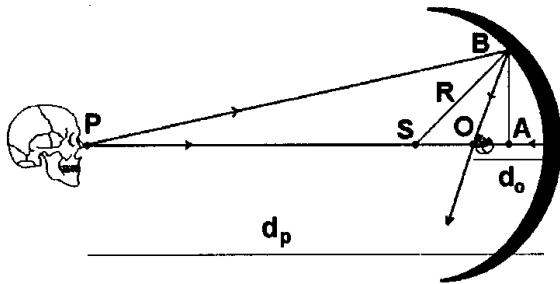
Zwierciadła stanowią ważny element wielu układów optycznych. Rozważmy tworzenie obrazu na przykładzie *wklęsłego zwierciadła sferycznego*, chociaż równanie, które znajdziemy będzie można stosować także do zwierciadeł wypukłych. Przyjmujemy zatem, że promień zwierciadła sferycznego wynosi R i że przedmiot (punkt P), znajduje się w odległości d_P od zwierciadła. Umieścimy przedmiot (punkt P) na *osi optycznej* (prosta przechodząca przez środek krzywizny zwierciadła) i chcemy znaleźć odległość d_O obrazu od zwierciadła. Wybieramy dwa promienie: pierwszy porusza się po osi optycznej i po odbiciu wraca tą samą drogą, drugi pada na powierzchnię zwierciadła w punkcie B i po odbiciu przecina pierwszy promień (i oś optyczną) wyznaczając położenie punktu O , który jest obrazem punktu P . Ponieważ kąt padania równa się kątowi odbicia $\angle SBO = \angle PBS$, promień SB jest dwusieczną kąta PBO . Wobec tego możemy zapisać:

$$\angle ABS = \frac{\angle ABP + \angle ABO}{2} . \quad (11.7)$$

Tu punkt A jest rzutem punktu B na oś optyczną.

Z rysunku wynika, że

$$\operatorname{tg} \angle ABP = \frac{AB}{PA}, \quad \operatorname{tg} \angle ABO = \frac{AB}{OA}, \quad \operatorname{tg} \angle ABS = \frac{AB}{SA}. \quad (11.8)$$



Założymy teraz, że odcinek $AB \ll R$. Przybliżenie to nosi nazwę *przybliżenia promieni przyosiowych* i oznacza, że wykorzystujemy tylko niewielką część powierzchni kuli. A zatem możemy uważać, że wyprowadzamy wzór dla właściwie dowolnej powierzchni wklęsłej o symetrii osiowej (osią symetrii będzie oś optyczna) i że stosujemy dobre przybliżenie tej powierzchni używając powierzchni sferycznej.

Przybliżenie promieni przyosiowych daje możliwość przyjąć, że wszystkie występujące wyżej kąty są małe. W przybliżeniu małych kątów, z (11.8) mamy:

$$\angle ABP \approx \operatorname{tg} \angle ABP = \frac{AB}{PA} \approx \frac{AB}{d_p}, \quad \angle ABO \approx \operatorname{tg} \angle ABO = \frac{AB}{OA} \approx \frac{AB}{d_o},$$

$$\angle ABS \approx \operatorname{tg} \angle ABS = \frac{AB}{SA} \approx \frac{AB}{R}. \quad (11.9)$$

Po podstawieniu (11.9) do (11.7) znajdujemy ostatecznie *równanie zwierciadła wklęsłego*

$$\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_o} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}, \quad (11.10)$$

gdzie wielkość $f = R/2$ nazywa się *ogniskową*.

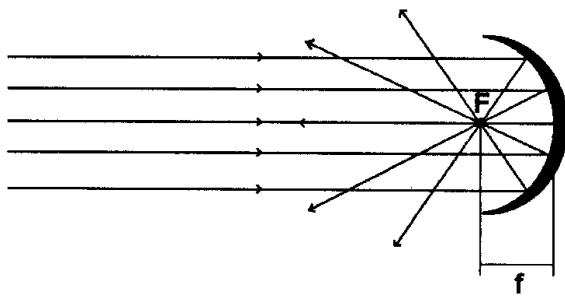
W zwierciadle kulistym wklęsłym więc otrzymuje się obrazy rzeczywiste zawsze odwrócone.

Zwierciadła wypukłe - to zwierciadła rozpraszające. W zwierciadle kulistym wypukłym, powstają obrazy pozorne i nie odwrócone, czyli proste.

Ognisko

Z równania (11.10) wynika, że jeżeli odsuwamy przedmiot coraz dalej od zwierciadła wklęsłego, czyli zwiększamy d_p , odległość obrazu od zwierciadła dąży do ogniskowej f . Oznacza to, że rzeczywisty obraz przedmiotu umieszczonego w bardzo dużej odległości od zwierciadła powstaje w odległości f od tego zwierciadła. Jeżeli przedmiot znajduje się nieskończenie daleko od zwierciadła ($d_p = \infty$), to wygląda on jako pojedynczy punkt

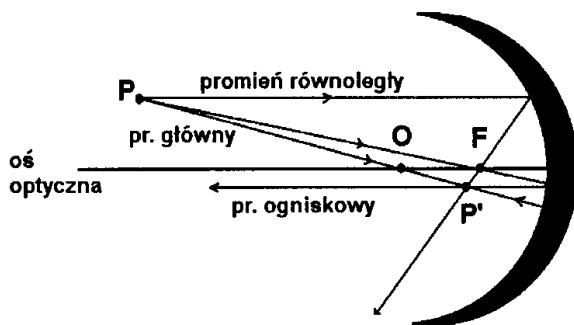
umieszczony na osi optycznej. Wiązka promieni rozproszonych przez ten punkt w kierunku zwierciadła będzie wtedy wiązką prawie równoległą do osi optycznej. Obraz tego punktu będzie pojedynczym punktem położonym na osi optycznej w odległości f od zwierciadła.



Ten szczególny punkt, w którym skupiona zostaje wiązka równoległych promieni, będziemy nazywać *ogniskiem* zwierciadła. Warto zauważyć, że odwrócenie biegu promieni prowadzi do wniosku, że promienie wysyłane w kierunku zwierciadła przez punk-

towe źródło światła umieszczone w ognisku zwierciadła wklęsłego po odbiciu wytworzą wiązkę równoległą.

Model promieni pozwala znaleźć obraz dla dowolnej konfiguracji przedmiotu i zwierciadła; wystarczy wybrać przynajmniej dwa promienie rozproszone w kierunku zwierciadła dla każdego punktu przedmiotu i wytyczyć bieg promieni odbitych od zwierciadła stosując prawo odbicia. Przecięcie promieni odbitych wyznaczy obraz punktu, z którego poprowadziliśmy promienie rozproszone.



Można ułatwić sobie zadanie dobierając takie promienie, których bieg jest najłatwiej wytyczyć. *Promień główny*, przechodzący przez środek krzywizny jest prostopadły do powierzchni zwierciadła, a więc tor promienia odbitego będzie się pokrywał z torem promienia padającego.

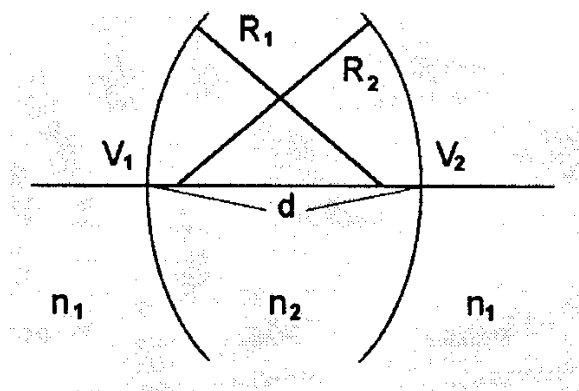
Ponieważ wszystkie promienie równoległe zostają skupione w ognisku, zatem *promień równoległy* (wychodzący z punktu P i równoległy do osi optycznej) po odbiciu będzie także przechodził przez ognisko F . Innym promieniem łatwym do wytyczenia jest *promień ogniskowy*; promień ten prowadzimy z punktu P do ogniska F , tor promienia odbitego będzie równoległy do osi optycznej.

Soczewki. Równanie soczewek

Rozważymy teraz dwie powierzchnie sferyczne oddzielające ośrodki o współczynnikach załamania kolejno $n_1 \rightarrow n_2 \rightarrow n_1$ i odległych od siebie o d . Niech promień krzywizny pierwszej powierzchni wynosi R_1 , a drugiej - R_2 . Oznaczmy przez d_p odległość przedmiotu

od punktu V_1 i przez d_o - odległość obrazu od punktu V_2 . Stosując równanie zwierciadła dla jednej i drugiej powierzchni sferycznej i zakładając, że $d \approx 0$, można wyprowadzić równanie podobne do równania zwierciadła (11.11)

$$\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_o} = \frac{1}{f}, \quad (11.11)$$



gdzie f - ogniskowa soczewki, jest określona wzorem

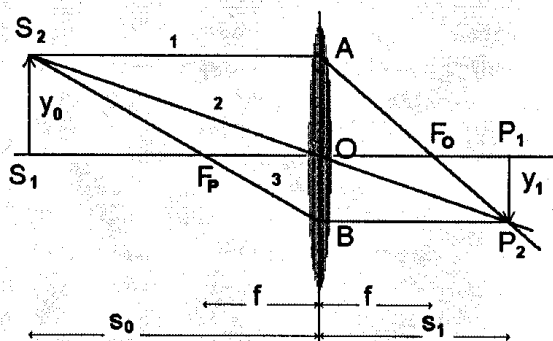
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (11.12)$$

Tu $n = n_2/n_1$ - współczynnik załamania materiału soczewki względem ośrodka ją otaczającego.

Wyznaczanie biegu promieni dla soczewki cienkiej

Do znalezienia obrazu przedmiotu można stosować metodę, podobną jak dla zwierciadła. Dla ustalenia położenia obrazu wystarczy oczywiście wyznaczenie biegu dwóch dowolnie wybranych promieni z wiązki padającej na układ. Najłatwiej jest wykorzystanie trzech promieni, których bieg w układzie optycznym można łatwo znaleźć. Są to następujące trzy promieni:

1) *promień główny* - nieodchylony promień przechodzący przez środek krzywizny (dla pojedynczej powierzchni) lub środek soczewki (promień S_2O);



2) *promień równoległy* - promień równoległy do osi optycznej, po załamaniu przechodzi on przez ognisko obrazowe (promień S_2A);

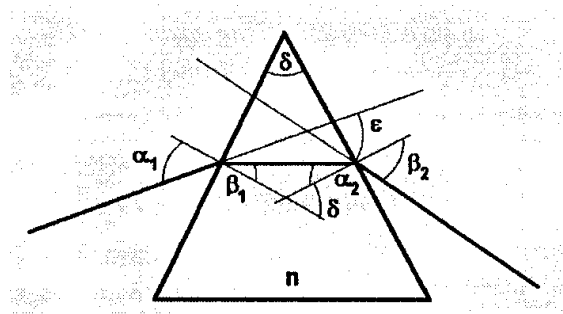
3) *promień ogniskowy* - promień przechodzący przez ognisko przedmiotowe, po załamaniu promień ten porusza się po torze równoległym do osi optycznej (promień S_2F_p).

Bieg dwóch spośród trzech wyliczonych wyżej promieni do punktu ich przecięcia (w przypadku obrazu pozornego należy przedłużyć promienie "wstecz"), wystarcza do

znalezienia obrazu dowolnego punktu.

Pryzmaty i dyspersja światła

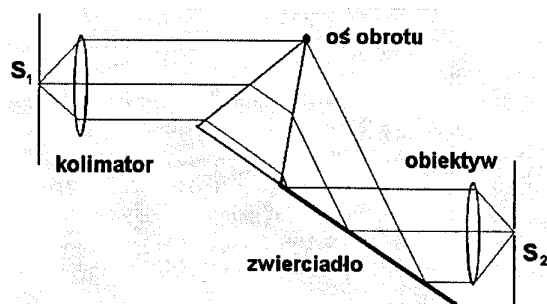
Zjawisko *dyspersji światła* jest związane z zależnością prędkości światła, a zatem i współczynnika załamania $n = c/v$, od długości fali świetlnej. Zjawisko to stanowi podstawę działania przyrządów spektralnych wykorzystujących pryzmaty. Zasada działania pryzmatu jest przedstawiona na rysunku.



Ponieważ kat odchylenia ϵ promienia wychodzącego z pryzmatu po dwukrotnym załamaniu na powierzchniach pryzmatu zależy od kąta łamiącego pryzmatu δ i od współczynnika załamania światła n materiału, z którego wykonano pryzmat, a z kolei współczynnik załamania światła zależy od długości fali świetlnej, pryzmat stwarza możliwość przestrzennego rozdzielania światła o różnych barwach.

Oznacza to, że za pomocą pryzmatu możemy wyznaczyć ilościowo zawartość w widmie badanej wiązki światła różnych jego składowych spektralnych. Stąd takie przyrządy noszą nazwę *przyrządów spektralnych* (spektrum oznacza widmo). Newton był pierwszym, który wykorzystał w ten sposób pryzmat i zademonstrował, że światło białe składa się ze światła o wszystkich barwach, od fioletowej, niebieskiej poprzez zieloną, żółtą, do czerwonej.

Spektrometry i monochromatory pryzmatyczne



Na rysunku przedstawiono *spektrometr pryzmatyczny*, czyli przyrząd do pomiaru widma światła. Szczelina wejściowa S_1 znajduje się w ognisku *kolimatora*, który ze światła padającego na szczelinę S_1 formuje wiązkę równoległą światła. Po podwójnym załamaniu tej wiązki w pryzmacie i rozszczepieniu wiązka pada na zwierciadło.

Po odbiciu od zwierciadła wiązka pada na obiektyw. Wyjściowa szczelina S_2 znajduje się w

płaszczyźnie ogniskowej obiektywu.

Obserwacja widma gołym okiem wymaga zastosowania okularu; tak skonstruowany przyrząd nazywamy *spektroskopem*. Rejestracja fotograficzna widma wymagałaby usunięcia szczeliny wyjściowej S_2 (chcemy sfotografować całe widmo) i zastosowania kliszy fotograficznej, umieszczonej w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu; taki przyrząd nazywamy *spektrografem*.

Monochromator to przyrząd pozwalający na wydzielenie z wiązki światła białego światła o określonej barwie; układ będzie wówczas identyczny z tym, które jest pokazany na rysunku.

W układzie pokazanym na rysunku (układzie Wadswortha), jak zresztą we wszystkich innych układach pryzmatycznych, wykorzystuje się pryzmat w położeniu minimalnego kąta odchylenia. Pryzmat jest sztywno sprzężony ze zwierciadłem. Układ taki pozwala, poprzez obrót wokół osi obrotu znajdującej się w wierzchołku pryzmatu, zmieniać kąt minimalnego odchylenia i w ten sposób “dostroić” układ do różnych długości fali.