

Wykład 2

Materiały krystaliczne

Jedną z podstawowych cech ciał krystalicznych jest **anizotropia** ich własności fizycznych, tj. zależność własności fizycznych ciała od kierunku w tym ciele. Na przykład jeżeli umieścimy kryształ w polu elektrycznym kondensatora i będziemy mierzyli prąd elektryczny przepływający przez kryształ przy stałej wartości napięcia na kondensatorze, to zauważymy, że przy obrocie kryształu wokół dowolnej osi wartość prądu elektrycznego zmienia się. Mówimy, że kryształ jest anizotropowy ze względu na przewodnictwo elektryczne. Najbardziej widocznym efektem anizotropii kryształów jest ich wzrost: kryształy przy wzroście nie przyjmują postaci kuli, a mają postać symetrycznego wielościanu. Anizotropia fizycznych własności kryształów, jak i wiele charakterystycznych cech kryształów, jest uwarunkowana osobliwością ich budowy wewnętrznej.

Elementy symetrii formy (morfologii) kryształów

Do elementów symetrii wielościanów krystalicznych należą: płaszczyzna symetrii, środek symetrii, oś symetrii, oś inwersyjna.

1. **Płaszczyzna symetrii** (symbol - m) jest to płaszczyzna, dzieląca kryształ na dwie części, które mają się do siebie tak, jak przedmiot do obrazu w zwierciadle płaskim.

2. **Środek symetrii** (symbol - $\bar{1}$) jest to punkt odbicie (inwersja) względem którego wszystkich części wielościanu powodują, że wielościan pokrywa się z sobą. Można powiedzieć, że punkt jest środkiem symetrii kryształu, jeżeli dla każdego dowolnego punktu w kryształce istnieje równoległy od środka symetrii punkt równoważny, leżący na prostej łączącej te dwa punkty i przechodzącej przez środek symetrii.

3. **Oś symetrii** n - krotna (symbol - n ; $n = 1, 2, \dots$) jest to prosta o tej właściwości, że przy obrocie o kąt $\varphi = (360^\circ/n) \cdot k$ ($k = 1, 2, \dots$) wokół niej wielościan pokrywa się z sobą. Krotnością osi nazywamy liczbę n , która określa ile razy pokrywa się wielościan z sobą podczas obrotu o 360° wokół osi symetrii. Można wykazać, że w kryształach mogą istnieć tylko osie symetrii o krotności 1, 2, 3, 4, 6.

Jeżeli środek symetrii leży na osi symetrii, albo prostopadle do osi symetrii znajduje się oś 2 - krotna lub płaszczyzna symetrii, to oś nosi nazwę **osi dwubiegunowej**. Dla osi dwubiegunowej dwa bieguny osi są symetryczne równoważne: jeżeli na jednym z końców osi dwubiegunowej narysujemy strzałkę skierowaną w stronę jednego bieguna osi, to obecność

na osi środka symetrii (lub osi 2 albo płaszczyzny symetrii prostopadłych do osi) pociąga za sobą istnienie drugiej strzałki na drugim końcu osi i skierowanej w stronę drugiego bieguna osi. Dla **osi biegunowej** (albo polarnej) nie istnieją dodatkowe elementy symetrii, które mogą „zmienić” zaznaczony kierunek osi.

4. Oprócz elementów symetrii 1,2,3,4,6, nazywanych czasem właściwymi w kryształach mogą występować jeszcze pięć osi symetrii, nazywane **inwersyjnymi**. Przekształcenie względem osi inwersyjnej n – krotnej (symbol - \bar{n} , $n = 1,2,\dots$) zawiera obrót o kąt $\varphi = (360^\circ/n) \cdot k$ ($k = 1,2,\dots$) wokół prostej (kierunek osi) i odbicie względem środka symetrii leżącego na tej prostej. Kolejność przekształceń (obrót \rightarrow odbicie) może być odwrotna (odbicie \rightarrow obrót). Osi inwersyjne są niezależnymi elementami symetrii. W ogólnym przypadku istnienie w kryształach osi inwersyjnej nie oznacza istnienia w kryształach środka symetrii. Jednokrotna oś inwersyjna pokrywa się ze środkiem symetrii (stąd zgodność symboliki środka symetrii i jednokrotnej osi inwersyjnej). Łatwo sprawdzić, że przekształcenie symetryczne względem osi inwersyjnej dwukrotnej może być zastąpione działaniem płaszczyzny symetrii prostopadłej do tej osi. Spośród wymienionych elementów symetrii niezależnymi więc są tylko 10 elementów symetrii

$$1, 2, 3, 4, 6, \bar{1}, \bar{2}(m), \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}. \quad (2.1)$$

Symetria w budowie zewnętrznej formy – **morfolożii**, kryształu może odpowiadać nie tylko jednemu z 10 elementów symetrii (2.1). Istnieją kryształy, symetria zewnętrznej formy których zawiera kilku elementów symetrii (2.1). Udowodniono, że liczba dopuszczalnych kombinacji elementów symetrii (2.1) przechodzących chociażby przez jeden wspólny punkt i odtwarzających symetrię kryształów wynosi 22. Wyprowadzenie dozwolonych kombinacji (klas) symetrii polega na łączeniu z sobą dwóch albo trzech elementów symetrii (generatorów symetrii), działanie wzajemnie ze sobą (iloczyn przekształceń) których generują wszystkie możliwe elementy symetrii danej klasy. 22 oryginalnych, dozwolonych kombinacji elementów symetrii plus 10 elementów symetrii (2.1) tworzą 32 **grupy punktowe** kryształów. Nazwa ta pochodzi z tego, że dla tych grup istnieje w kryształach co najmniej jeden punkt niezmienny względem przekształceń symetrii grupy.

Układy krystalograficzne

32 grupy punktowe lub klasy krystalograficzne umownie podzielono na 7 układów krystalograficznych ze względu na posiadanie wspólnych cech charakterystycznych:

1. *układ trójskośny* - brak elementów symetrii lub istnieje tylko środek symetrii;

2. układ jednoskośny - oś 2 - krotna lub płaszczyzna symetrii;
3. układ rombowy - trzy osie 2 - krotne lub jedna oś 2 - krotna wzdłuż przecięcia dwóch prostopadłych płaszczyzn symetrii;
4. układ tetragonalny – oś 4 albo $\bar{4}$;
5. układ trygonalny – oś 3 albo $\bar{3}$;
6. układ heksagonalny – oś 6 albo $\bar{6}$;
7. układ regularny - cztery osie 3 - krotne ułożone jak przekątne w sześcianu.

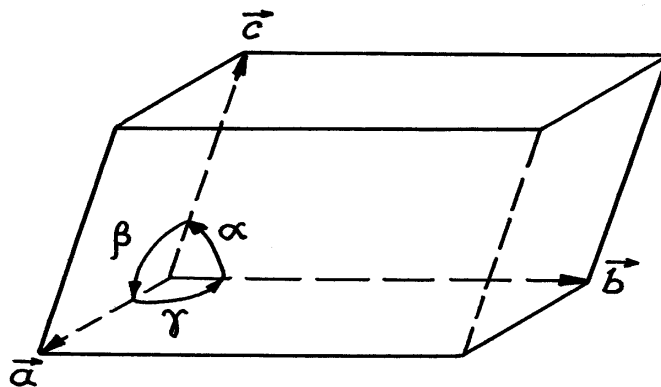
Komórka elementarna. Sieci Bravais'go

Doskonały kryształ składa się z atomów uporządkowanych w sieci krystalicznej opisanej przez trzy podstawowe wektory translacji a, b, c , tak że układ atomów pozostaje niezmieniony bez względu na to, czy „obserwujemy” go z punktu określonego wektorem r , czy z punktu określonego wektorem r'

$$r' = r + n_1 a + n_2 b + n_3 c, \quad (2.2)$$

gdzie n_1, n_2, n_3 są dowolnymi liczbami całkowitymi: $n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Wektor $t = n_1 a + n_2 b + n_3 c$ nosi nazwę **wektora translacji** kryształu, a właściwość sieci krystalicznej pokrywać się z sobą przy przekształceniach translacji nazywamy **translacyjną symetrią** kryształów.



Rys. 2.1. Komórka elementarna

Zbiór punktów położenie których jest określono zależnością (2.2) dla wszystkich wartości liczb n_1, n_2, n_3 definiuje **sieć krystaliczną**. Sieć krystaliczna jest regularnym i okresowym układem punktów (węzłów sieci) w przestrzeni. Sieć krystaliczna jest abstrakcją matematyczną. Z rzeczywistą strukturą krystaliczną mamy do czynienia wtedy, gdy baza

atomów jest przyporządkowana jednoznacznie do każdego węzła sieci. Baza ma zawsze dla każdego węzła sieci ten sam skład chemiczny, układ i orientację.

Równoległoscian opisany przez podstawowe wektory translacji a , b , c nazywamy **komórką elementarną** (rys.2.1).

W budowie wewnętrznej kryształów oprócz translacji i elementów symetrii (2.1) występujących w morfologii kryształów pojawia się dodatkowe elementy symetrii - **osie śrubowe i płaszczyzny ślizgowe**.

1. **Osie śrubowe** powstają w wyniku sprzężenia translacji z osiami symetrii. Przekształcenie symetryczne względem osi śrubowej składa się z dwu kolejnych po sobie operacji geometrycznych : obrotu dookoła osi i translacji równoległej do tej osi. Symbol osi śrubowej zawiera symbol krotności osi symetrii oraz indeks, który wskazuje o jaką wartość okresu translacyjnego dokonuje się translacja. Na przykład przekształcenie względem osi śrubowej 4_2 składa się z obrotu o kąt 90° wokół prostej określającej kierunek osi i translacji o $(2/4) \cdot t = t/2$ wzdłuż tej osi (tu t – wartość wektora translacji sieci wzdłuż osi symetrii). Rozróżnia się osie śrubowe prawe i lewe. Dla osi śrubowej prawej obrót wokół osi jest zgodny z kierunkiem ruchu wskazówki zegara, natomiast dla osi śrubowej lewej obrót dookoła osi wykonujemy w kierunku przeciwnym. Można wykazać, że dla każdej osi śrubowej prawej istnieje równoważna do niej oś śrubowa lewa, a więc przy określeniu symetrii wewnętrznej budowy kryształów możemy stosować tylko osie śrubowe prawe, albo osie śrubowe lewe.

2. **Płaszczyzny ślizgowe** powstają w wyniku sprzężenia płaszczyzny symetrii oraz translacji. Przekształcenie symetryczne względem płaszczyzny ślizgowej składa się z dwu kolejnych po sobie operacji: odbicie względem płaszczyzny i translacji w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny symetrii. Ze względu na kierunek i wartość translacji rozróżnia się trzy rodzaje płaszczyzn ślizgowych: **płaszczyzny ślizgowe osiowe** (symbole - a , b albo c) - wektor translacji wynosi $1/2$ jednego z wektorów translacji a , b , c ; **płaszczyzny ślizgowe diagonalne** (symbol - n) - wektor translacji jest równy sumie dwóch wektorów z trójki: $a/2$, $b/2$, $c/2$; **płaszczyzny ślizgowe diamentowe** (symbol - d) - wektor translacji jest sumą dwóch albo trzech wektorów z trójki: $a/4$, $b/4$, $c/4$.

Podobnie do punktowych grup symetrii różne dopuszczalne kombinacje elementów symetrii punktowych grup i nowych elementów symetrii (translacji, osie śrubowe, płaszczyzny ślizgowe) tworzą **grupy przestrzenne**, które określają symetrię wewnętrznej

budowy ciał krystalicznych. Analizę grup przestrzennych przeprowadzili niezależnie od siebie Artur Schoenflies i Jewgraf Fiodorow w latach 1890 - 1894, stwierdzając, że jest ich 230.

Oznaczenie płaszczyzn i kierunków w kryształach

Do oznaczenia płaszczyzn i kierunków w kryształach został obecnie ogólnie przyjęty układ **wskaźników Millera**. W celu określenia wskaźników Millera płaszczyzny należy :

1. znaleźć punkty, w których płaszczyzna przecina osie a , b , c pokrywające się z trzema krawędziami elementarnej komórki krystalicznej;
2. wyrazić odcinki w odpowiednich jednostkach stałych sieci;
3. odwrotność powyższych liczb sprowadzić do najmniejszych trzech liczb całkowitych mających wspólny mianownik;
4. wynik należy podać w nawiasach (hkl) .

Wskaźniki kierunkowe w kryształach stanowią zbiór najmniejszych liczb u, v, w , które mają się do siebie tak, jak rzuty wektora równoległego do danego kierunku na osie współrzędnych OX, OY, OZ układu krystalograficznego. Wielkości rzutów wektora na osie współrzędnych powinny być wyrażone w odpowiednich jednostkach elementarnych translacji a, b, c . Wskaźniki te zapisuje się w nawiasach kwadratowych $[uvw]$; znaki stosunku między wskaźnikami nie stawia się. Ujemna wartość wskaźnika jest oznaczona za pomocą znaku minus, umieszczonego nad wskaźnikiem. Kierunek $[uvw]$ w kryształach jest określony więc przy pomocy wektora

$$F = aue_x + bve_y + cwe_z, \quad (2.3)$$

gdzie a, b, c są wartości bezwzględne podstawowych wektorów translacji a, b, c , a e_x, e_y, e_z są jednostkowe wektory (baza) układu krystalograficznego ($OX \parallel a; OY \parallel b; OZ \parallel c$).

Podstawowe pojęcia i zasady fizyki kryształów

Własności fizyczne kryształów zawsze określamy przez związki między mierzalnymi doświadczalnymi wielkościami. Na przykład gęstość kryształu ρ określana jest przez związek między masą m i objętością V kryształu w następujący sposób

$$m = \rho \cdot V. \quad (2.4)$$

Zarówno masę, jak i objętość kryształu możemy mierzyć nie biorąc pod uwagę orientacji kryształu w przestrzeni, ponieważ masa i objętość dowolnego ciała materialnego nie zależą od

orientacji ciała w przestrzeni. Nie zależy od orientacji kryształu również temperatura T ciała w stanie równowagi termicznej. Definiując gęstość czy temperaturę kryształu nie ma sensu mówić o pomiarze tych wielkości w jakimś szczególnym kierunku. Takie “bezkierunkowe” wielkości fizyczne nazywamy **skalarami**. Wartość skalarną określa w zupełności pojedyncza liczba.

Oprócz skalarów, własności fizyczne kryształów określają również inne wielkości fizyczne zwane **wektorami**. Przykładem wektora, który definiuje własność fizyczną kryształów jest wektor współczynników piroelektrycznych p . Piroelektrykami nazywamy dielektryki, które są spolaryzowane nawet w przypadku gdy na kryształ nie działa zewnętrzne pole elektryczne. Zmiana temperatury kryształu powoduje zmianę wielkości i kierunku wektora polaryzacji P , przy tym zmianę składowych wektora polaryzacji P opisuje wzór

$$\Delta P = p \cdot \Delta T . \quad (2.5)$$

Tu własność fizyczna - piroelektryczność, którą opisuje wektor p , zdefiniowana jest, jako związek między dwiema mierzalnymi wielkościami: temperaturą T (skalar) i polaryzacją P (wektor).

Oprócz wielkości skalarnych i wektorowych, w fizyce kryształów występują jeszcze inne wielkości zwane **tensorami** (Tablica 2.1). Rozważmy pojęcie tensora na przykładzie przewodnictwa elektrycznego. Przewodnictwo elektryczne, zdefiniowane jest jako związek między dwiema mierzalnymi wektorami: wektorem natężenia pola elektrycznego E i wektorem gęstości prądu elektrycznego j :

$$j \leftrightarrow E . \quad (2.6)$$

Jeżeli przewodnik jest izotropowy i zachowuje się zgodnie z prawem Ohma, wektor j jest równoległy do wektora E i

$$j = \sigma \cdot E . \quad (2.7)$$

gdzie wielkość σ nosi nazwę **przewodnictwa elektrycznego**.

Więc, dla izotropowych ciał przewodnictwo σ jest wielkością skalarną. Natomiast jeżeli przewodnik jest kryształem, to z doświadczeń wynika, że wektor j w ogólnym przypadku nie jest równoległy do wektora E , a związek między wektorami E i j należy napisać w postaci

$$j_1 = \sigma_{11}E_1 + \sigma_{12}E_2 + \sigma_{13}E_3, \quad (2.8a)$$

$$j_2 = \sigma_{21}E_1 + \sigma_{22}E_2 + \sigma_{23}E_3, \quad (2.8b)$$

$$j_3 = \sigma_{31}E_1 + \sigma_{32}E_2 + \sigma_{33}E_3, \quad (2.8c)$$

albo

$$j_i = \sum_{k=1,2,3} \sigma_{ik} E_k. \quad (2.8d)$$

Ze wzorów (2.8) widać, że w celu określenia przewodnictwa kryształu musimy wiedzieć dziewięć współczynników σ_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$). Więc, w odróżnieniu od ciał izotropowych, przewodnictwo elektryczne dla kryształu jest wielkością tensorową, a dokładniej 9 wielkości σ_{ik} tworzą tensor drugiego rzędu.

Z definicji **tensorem drugiego rzędu** nazywamy $3^2 = 9$ liczb rzeczywistych T_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$), które transformują się przy przejściu od jednego układu współrzędnych Ox_1, Ox_2, Ox_3 do drugiego Ox'_1, Ox'_2, Ox'_3 zgodnie z równaniami

$$T'_{ik} = \sum_{m,l} \alpha_{i'm} \alpha_{k'l} T_{ml}, \quad (2.9)$$

$$T_{ik} = \sum_{m,l} \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} T'_{ml}. \quad (2.10)$$

Tu $\alpha_{k'l}$ ($k' = x', y', z'$ i $k = x, y, z$) kosinus kąta między osią Ok' i osią Ok .

W fizyce kryształów często dla prostoty zapisu sum stosuje się konwencję sumowania Einsteina

$$b_{i'} = \sum_{k=1,2,3} \alpha_{i'k} c_k \equiv \alpha_{i'k} c_k, \quad (2.11a)$$

$$b_{ik} = \sum_{m',l'} \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} c_{m'l'} \equiv \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} c_{m'l'}, \quad (2.11b)$$

czyli opuszcza się znak sumowania, jeżeli wskaźnik literowy powtarza się dwa razy w tym samym wyrażeniu.

Zgodnie z konwencją Einsteina, wzory (2.9) i (2.10) możemy zapisać w postaci

$$T'_{ik} = \alpha_{i'm} \alpha_{k'l} T_{ml}, \quad (2.12a)$$

$$T_{ik} = \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} T'_{ml}. \quad (2.12b)$$

W fizyce kryształów często dla prostoty zapisu sum stosuje się konwencję sumowania Einsteina

Tabela 2.1. Przykłady tensorów opisujących właściwości fizyczne kryształów

Nazwa właściwości fizycznej	Równanie określające własność fizyczną
A. Tensory pierwszego rzędu łączące skalar i wektor	
Piroelektryczność	$\Delta P_i = p_i \Delta T$
Efekt elektrokaloryczny	$\Delta T = q_i \Delta E_i$
B. Tensory drugiego rzędu łączące dwa wektory	
Przenikalność dielektryczna	$D_i = \epsilon_0 \epsilon_{ij} E_j$
Dielektryczna nieprzenikalność	$E_i = \eta_0 \eta_{ij} D_j$
Podatność dielektryczna	$P_i = \epsilon_0 \zeta_{ij} E_j$
Przenikalność magnetyczna	$B_i = \mu_0 \mu_{ij} H_j$
Podatność magnetyczna	$J_i = \mu_0 \chi_{ij} H_j$
Przewodnictwo elektryczne	$j_i = \sigma_{ij} E_j$
Opór elektryczny	$E_i = \rho_{ik} j_k$
C. Tensory drugiego rzędu łączące skalar z tensorem drugiego rzędu	
Rozszerzalność cieplna	$r_{ij} = \alpha_{ij} \Delta T$
D. Tensory trzeciego rzędu łączące wektor z tensorem drugiego rzędu	
Efekt piezoelektryczny prosty	$P_i = d_{ijk} t_{jk}$
Efekt piezoelektryczny odwrotny	$r_{jk} = d_{ijk} E_i$
Efekt piezoelektryczny	$P_i = e_{ijk} r_{jk}$
Efekt piezoelektryczny odwrotny	$t_{jk} = -e_{ijk} E_i$
Efekt elektrooptyczny	$\Delta \eta_{ij} = r_{ijk} E_k$
E. Tensory czwartego rzędu łączące dwa tensory drugiego rzędu	
Współczynniki sprężystości	$r_{ij} = s_{ijkl} t_{kl}$
Współczynniki sztywności	$t_{ij} = c_{ijkl} r_{kl}$
Współczynniki elastooptyczne	$\Delta \eta_{ij} = p_{ijkl} r_{kl}$
Współczynniki piezooptyczne	$\Delta \eta_{ij} = \pi_{ijkl} t_{kl}$
Elektrostrykcja	$r_{jk} = \gamma_{ijk} E_i E_l$

$$b_{i'} = \sum_{k=1,2,3} \alpha_{i'k} c_k \equiv \alpha_{i'k} c_k, \quad (2.11a)$$

$$b_{ik} = \sum_{m',l'} \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} c_{m'l'} \equiv \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} c_{m'l'}, \quad (2.11b)$$

czyli opuszcza się znak sumowania, jeżeli wskaźnik literowy powtarza się dwa razy w tym samym wyrażeniu.

Zgodnie z konwencją Einsteina, wzory (2.9) i (2.10) możemy zapisać w postaci

$$T'_{ik} = \alpha_{i'm} \alpha_{k'l} T_{ml} , \quad (2.12a)$$

$$T_{ik} = \alpha_{m'i} \alpha_{l'k} T'_{ml} . \quad (2.12b)$$

W ogólnym przypadku mówimy, że mamy **tensor T n -go rzędu**, jeżeli z każdą bazą współrzędnych kartezjańskich e_1, e_2, e_3 jest związany zbiór 3^n liczb rzeczywistych $T_{k_1 k_2 \dots k_n}$ ($k_1, k_2, \dots, k_n = 1, 2, 3$) zwanych składowymi tensora w bazie e_1, e_2, e_3 i jeżeli te liczby $T_{k_1 k_2 \dots k_n}$ są związane z liczbami $T'_{k_1 k_2 \dots k_n}$ (składowymi tensora T w bazie współrzędnych kartezjańskich e'_1, e'_2, e'_3) równaniami:

$$T'_{k_1 k_2 \dots k_n} = \alpha_{k'_1 k_1} \alpha_{k'_2 k_2} \dots \alpha_{k'_n k_n} T_{k_1 k_2 \dots k_n} , \quad (2.13a)$$

$$T_{k_1 k_2 \dots k_n} = \alpha_{k'_1 k_1} \alpha_{k'_2 k_2} \dots \alpha_{k'_n k_n} T'_{k_1 k_2 \dots k_n} . \quad (2.13b)$$

Z definicji tensora n -go rzędu wynika, że jeżeli $n = 0$, to tensor zerowego rzędu zawiera tylko jedną składową ($3^0 = 1$) i zgodnie z (2.13)

$$T' = T . \quad (2.14)$$

Więc tensor zerowego rzędu jest po prostu skalarem.

Jeżeli $n = 1$ to mamy tensor pierwszego rzędu, dla którego składowych ze wzorów (2.13) otrzymujemy

$$T'_k = \alpha_{k'l} T_l , \quad T_k = \alpha_{k'l} T'_l . \quad (2.15)$$

A więc tensor pierwszego rzędu jest wektorem.

Zasada Curie. Symetria pól fizycznych

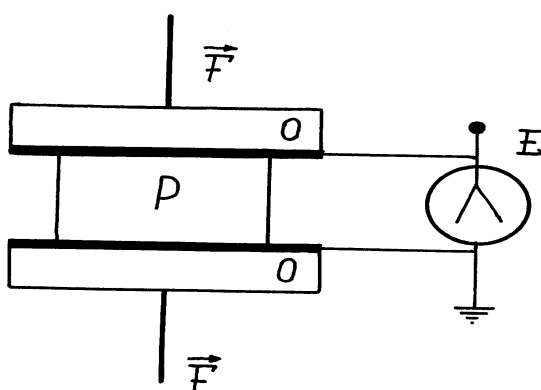
O związkach między symetrią przyczyn a symetrią skutków które występują w przyrodzie, po raz pierwszy wypowiedział się w 1894 roku Piotr Curie: “Gdy kilka różnych zjawisk natury nakłada się nawzajem, tworząc jeden układ, ich dysymetrie sumują się. W rezultacie pozostają tylko te elementy symetrii, które są wspólne dla każdego zjawiska wziętego oddzielnie”. Stwierdzenie to nosi nazwę **zasady Curie**. W stosunku do kryształów zasadę Curie możemy sformułować następująco: pod wpływem zewnętrznego wymuszenia (temperatury, naprężeń mechanicznych, pól elektromagnetycznych, grawitacyjnych) w kryształach pozostają tylko wspólne dla kryształu i wymuszenia elementy symetrii. Elementy

symetrii nazywamy wspólnymi jeżeli ich geometryczne symbole i orientacje w przestrzeni są takie same.

Korzystanie z zasady Curie pozwala otrzymać szereg interesujących wniosków o możliwości istnienia w kryształach różnych zjawisk fizycznych nie rozważając mikroskopowej natury zjawisk. Jako przykład zastosowania zasady Curie rozważmy piezoelektryczny efekt, który odkryli bracia Jakub i Piotr Curie w 1880 roku. Piezoelektryczny efekt obserwuje się w pewnych kryształach, w których pod wpływem naprężeń mechanicznych powstaje polaryzacja elektryczna, co przejawia się wystąpieniem na przeciwległych powierzchniach kryształu ładunków elektrycznych.

Schemat obserwacji piezoelektrycznego efektu jest przedstawiony na rys.2.4. Z kryształu kwarcu (SiO_2) wycięta płytką. Płytką (P) zaopatrzoną w okładki metalowe została ściśnięta za pomocą izolujących okładek (O). Przy ściśnięciu płytki, wykazującej efekt piezoelektryczny, na powierzchniach płytki połączonych z okładkami metalowymi występują ładunki przeciwnych znaków które rejestruje elektrometr (E). Kryształ kwarcu zawiera jedną oś 3 - krotną i trzy osie 2 - krotne leżące w płaszczyźnie prostopadłej do osi 3 (rys.2.5b).

Stosując zasadę Curie udowodnimy, że płytką z kwarcu wykazuje właściwości piezoelektryczne tylko wtedy, gdy jest wycięta prostopadle do osi symetrii kwarcu 2 - krotnej. Natomiast płytką kwarcową wycięta prostopadle do osi symetrii 3 - krotnej nie wykazuje efektu piezoelektrycznego.



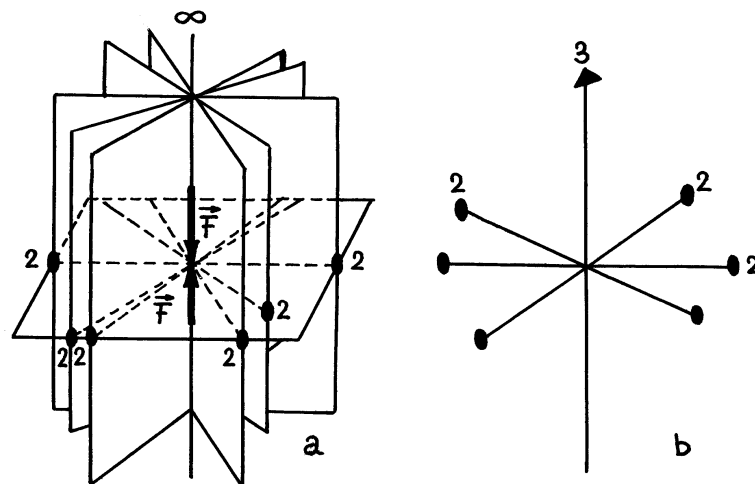
Rys.2.4. Schemat pomiaru efektu piezoelektrycznego

Aby móc zastosować zasadę Curie musimy najpierw określić grupę symetrii zewnętrznego wymuszenia. Jako wymuszenie zewnętrzne występuje tu para sił: jedna siła działa na okładkę dolną, druga - na okładkę górną (rys.2.5). Łatwo zauważyć, że ta para sił pozostaje bez zmian przy obrocie o dowolny kąt dookoła prostej wzdłuż której jest

przyłożona para sił. A więc oś ta jest osią nieskończenie krotną, a zatem ma symbol ∞ (rys.2.5a). Podkreślimy, że oś ∞ - krotna zawiera osie dowolnej krotności ($n = 1, 2, \dots$). Para sił, ściskająca płytkę wykazuje również symetrię względem płaszczyzny w której leży oś ∞ - krotna (rys.2.5a). Obecność osi ∞ - krotnej powoduje, że takich płaszczyzn symetrii jest nieskończenie wiele.

Siła naprężenia mechanicznego jest wektorem biegunowym (polarnym), a więc para sił wykazuje symetrię względem płaszczyzny prostopadłej do osi ∞ - krotnej i przechodzącej przez środek płytki (rys.2.5a). Stosując reguły zapisu symbolu grupy punktowej, grupę symetrii ścisknięcia płytki wzdłuż jednego kierunku możemy zapisać w postaci ∞ / mmm . Można sprawdzić, że tę samą symetrię ma walec.

Jeżeli naprężenie mechaniczne (para sił) jest przyłożono wzdłuż osi 3 - krotnej, to wspólnymi elementami symetrii wymuszenia zewnętrznego i kryształu są wszystkie elementy symetrii grupy punktowej kwarcu. Rzeczywiście, w tym przypadku oś 3 kryształu pokrywa się z osią ∞ - krotną wymuszenia, która zawiera również oś 3 - krotną.



Rys. 2.5. a) Elementy symetrii ścisknięcia płytki wzdłuż osi.
b) Elementy symetrii grupy punktowej kwarcu.

Trzy osie 2-krotne kryształu również są w grupie ∞ / mmm , ponieważ oś przecięcia dwóch płaszczyzn symetrii jest osią 2 - krotną. W grupie ∞ / mmm osie 2 - krotne leżą w płaszczyźnie prostopadłej do osi 3 - krotnej. A zatem dla płytki z kwarcu ściskanej wzdłuż osi 3, naprężenie mechaniczne nie zmienia symetrii kryształu kwarcu. Rozważmy teraz czy w tym przypadku może powstać polaryzacja płytki z kwarcu?

Przypuśćmy, że polaryzacja płytki następuje. Obecność w kryształach kwarcu osi 3 - krotnej powoduje, że wektor polaryzacji P może być skierowany tylko wzdłuż osi 3. Natomiast, obecność osi 2 - krotnej prostopadłej do osi 3 pociąga za sobą istnienie w kryształach wektora $(-P)$. Istnienie w tym samym kryształach dwóch wektorów polaryzacji skierowanych w przeciwne strony może mieć miejsce tylko w jednym przypadku, gdy $|P| = 0$. Otrzymaliśmy więc, że płytka kwarcowa ściśnięta wzdłuż osi symetrii 3 - krotnej nie wykazuje efektu piezoelektrycznego.

Przy ściśnięciu płytki kwarcowej wzdłuż osi 2 - krotnej ze wspólnych elementów symetrii kryształu i wymuszenia zewnętrznego będzie tylko oś 2 - krotna. Symetria kryształu obniża się więc do jednoskośnej 2 i właśnie tylko w kierunku tej osi 2 - krotnej może być skierowany wektor polaryzacji P .