Termodynamika i fizyka statystyczna

1. Dietetyk zaproponował otyłemu studentowi aby za każdym razem po zjedzeniu ciastka z kremem dostarczającego 900 kilokalorii energii dla organizmu zrobił spacer schodami w górę. Zakładając, że student waży 60 kg obliczyć jak wysoko powinien wejść student aby stracić energię ciastka (pominąć tarcie i założyć 100% sprawności przy przekazywaniu energii).

2. Zwykły pączek (ściślej "doughnut") zawiera 2 g białka, 17 g węglowodanów oraz 7 g tłuszczu. Średnie wartości energii dla tych substancji wynoszą $4kcal/g$ dla białka i węglowodanów oraz $9kcal/g$ dla tłuszczu.
a) Człowiek wykonujący ćwiczenie zużywa średnio $510kcal$ w ciągu godziny. Jak długo musi ćwiczyć aby "zrzucić" jednego pączka? b) Jak szybko musiałby poruszać się człowiek o wadze 60 kg aby mieć energię kinetyczną równą energii zawartej w pączku?

3. W procesie parowania pod stałym ciśnieniem atmosferycznym 1 atm $= 1,013 \times 10^5 Pa$ każdy gram ($1cm^3$) wody zamienia się w $1671cm^3$ pary wodnej. Ciepło parowania wody wynosi $L = 2,265 \times 10^6 J/kg$. Obliczyć: a) pracę wykonaną przez 1 g wody podczas parowania ; b) wzrost energii wewnętrznej 1 g wody.

4. Jeśli woda znajduje się pod ciśnieniem 2 atmosfer, to może parować dopiero w temperaturze 120° a jej ciepło parowania wynosi $L = 2,2 \times 10^6 J/kg$. Pod tym ciśnieniem 1 kg wody ma objętość równą $10^{-3}m^3$ a 1 kg pary wodnej ma objętość równą $0,824m^3$. Obliczyć: a) pracę wykonaną przez 1 kg wody podczas parowania ; b) wzrost energii wewnętrznej 1 kg wody.

5. Policzyć z ilu atomów składa się człowiek o masie 50 kg. Założyć, że ciało człowieka składa się wyłącznie z wody o masie molowej $18g/mol$, której cząsteczka składa się z 3 atomów.

6. Chmury cumulusy składają się z kropelek wody i pojawiają się w niższych warstwach atmosfery. Z kolei cirrusy składają się z kryształków lodu i mogą pojawiać się tylko w wyższych warstwach atmosfery. Znaleźć wysokość minimalną y nad poziomem morza na której mogą pojawiać się tylko cirrusy. Założyć, że temperatura na wysokościach mniejszych od 11 km zmienia się zgodnie ze wzorem $T = 15°C - \alpha y$, gdzie $\alpha = 6°C/1km$.

7. Powierzchnia Słońca ma temperaturę około 5800 K i składa się głównie z atomów wodoru. Znaleźć: a) prędkość średnią kwadratową atomu wodoru na powierzchni Słońca (masa atomu wodoru $1,67 \times 10^{-27}kg$); b) prędkość ucieczki dla cząstki znajdującej się na powierzchni Słońca, gdzie masa Słońca $M_S = 2 \times 10^{30}kg$ i promień Słońca $R_S = 6,96 \times 10^8 m$. c) Czy cząsteczki wodoru mogą uciec z powierzchni Słońca?

8. Znaleźć masę cząsteczki lub molekuły, która w temperaturze 300 K poruszłaby się z prędkością $1mm/s$.

9. Wykazać, że jeżeli długości dwóch prętów wykonanych z różnych ciał stałych w pewnej temperaturze początkowej są odwrotnie proporcjonalne do ich współczynnika rozszerzalności liniowej, to różnica ich długości będzie stała we wszystkich temperaturach. Jakie powinny być długości pręta stalowego ($\alpha_s = 11 \cdot 10^{-6} C^{-1}$) i pręta mosiężnego ($\alpha_m = 19 \cdot 10^{-6} C^{-1}$), aby w dowolnej temperaturze różnica ich długości wynosiła $30cm$?

10. Pole powierzchni prostokątnej płyty o bokach a i b wynosi $A = ab$. Jej współczynnik rozszerzalności liniowej wynosi α. Po podniesieniu temperatury o ΔT bok a wydłuża się o Δa, natomiast bok b o Δb. Wykazać, że jeżeli pominiemy małą powierzchnię $\Delta a \Delta b$, to zmiana powierzchni $\Delta A = 2\alpha A \Delta T$.

11. Blok lodu o temperaturze $0°C$, którego masa wynosi początkowo 50 kg, ślizga się po poziomej powierzchni, z prędkością początkową 5.38 $\frac{m}{s}$, przebywając do chwili zatrzymania się drogę 28.3 m. Obliczyć masę bloku stopioną na skutek tarcia pomiędzy blokiem a powierzchnią.

12. Podczas wiercenia otworu w bloku mosiężnym (α - patrz zadanie 1) o wadze 5 N przez dwie minuty była dostarczana moc 0.4 kM. a) Ile ciepła wytworzyło się w tym czasie? b) O ile wzrosła temperatura mosiądzu, jeżeli 75 % wytworzonego ciepła poszło na ogrzanie mosiądzu? c) Co stało się z pozostałymi 25 % ciepła?

13. Znaleźć temperaturę końcową mieszaniny 3 cieczy o masach $m_1 = 10g$ ($c_1 = 4000\frac{J}{kgK}$), $m_2 = 20g$ ($c_2 = 1500\frac{J}{kgK}$), $m_3 = 30g$ ($c_3 = 500\frac{J}{kgK}$) i temperaturach początkowych odpowiednio $t_1 = 10°C$, $t_2 = 20°C$, $t_3 = 30°C$.

14. Do naczynia w którym znajduje się $m_1 = 0.1kg$ lodu o temperaturze $t_1 = -10°C$ i cieple właściwym ($c_1 = 2100\frac{J}{kgK}$), wlano $m_2 = 0.05kg$ wody o temperaturze $t_2 = 20°C$ ($c_2 = 4200\frac{J}{kgK}$). Określić stan końcowy mieszaniny. Ciepło zamarzania wody $l = 334 \cdot 10^3 \frac{J}{kg}$.

15. Gdy układ przeprowadzono ze stanu p do stanu k na drodze pak, stwierdzono, że $Q = 50cal$ oraz $W = 20cal$. Natomiast po drodze pbk, $Q = 36cal$. a) Ile wynosi W na drodze pbk? b) Jakie jest Q dla krzywoliniowej drogi powrotnej kp, jeżeli na tej drodze $W = -13cal$? c) Przyjąć, że $U_p = 10cal$. Jakie jest U_k? Jakie jest Q dla procesu pb, jeżeli $U_b = 22cal$? A jakie dla procesu bk? (rys.)

16. Obliczyć liczbę cząsteczek gazu zawartych w objętości $1cm^3$ w temperaturze 200 K i przy ciśnieniu $1atm = 10^5 \frac{N}{m^2}$.

17. Litr gazu (dla którego $\kappa = 1.3$) znajduje się pod ciśnieniem 1 atm w temperaturze 273 K. Gaz ten zostaje gwałtownie sprężony do połowy swej objętości pierwotnej. Obliczyć jego końcowe ciśnienie i temperaturę. Następnie gaz zostaje z powrotem ochłodzony do $0°C$ pod stałym ciśnieniem. Jaka jest jego objętość końcowa?

18. Rys. przedstawia przybliżony wykres pracy silnika spalinowego. Procesy ab i cd są adiabatyczne. Przy założeniu, że proces jest quasistatyczny, a gaz roboczy doskonały wyliczyć sprawność tego silnika. Wyrazić odpowiedź przez V_1 i V_2.

19. Obliczyć zmianę entropii zachodzącą w gazie doskonałym, podczas odwracalnego, izotermicznego rozprężania tego gazu od objętości V_1 do objętości V_2.

20. Chłodziarka jest urządzeniem, które pobiera ciepło z układu A o niższej temperaturze T i przekazuje układowi o wyższej temperaturze T'. Udowodnić, że można to zrealizować tylko przez wykonanie pracy.

21. Pompa cieplna jest urządzeniem pobierającym ciepło z otoczenia a dostarczającym np. do wnętrza budynku, które ma temperaturę wyższą. a) Jaka jest maksymalna liczba kWh ciepła jakie ma dostarczyć do budynku pompa cieplna na każdą kWh energii elektrycznej niezbędnej do funkcjonowania urządzenia, jeżeli zewnętrzna temperatura jest T_0, a wewnętrzna T. b) Podać odpowiedź liczbową na poprzednie pytanie jeśli temperatura zewnętrzna jest $T_0 = 273K$ a temperatura wewnętrzna $T = 25°C$.

22. Dany jest cykl C, w którym gazem roboczym jest pewien gaz doskonały. Cykl przebiega przez zaznaczone na diagramie p-V punkty w następującej kolejności 0-1-2-3-4-5-6-7-4-3-0. Procesy przebiegające między punktami 1-2, 3-4-5, 6-7 oraz 3-0 są przemianami izotermicznymi, natomiast procesy 0-1, 2-3, 5-6 i 7-4 są przemianami adiabatycznymi. Na osi V podane są objętości gazu odpowiadające punktom 0, 3, 4 i 5. Wiedząc, że sprawność cyklu $C_1(0-1-2-3-0)$ wynosi η_1, a sprawność cyklu $C_2(7-4-5-6-7)$ wynosi η_2, oblicz sprawność cyklu C (rys.)

23. Dokładnie dopasowany tłok o przekroju A i masie m może przesuwać się bez tarcia w cylindrze o objętości V. Jest on umieszczony pionowo w polu grawitacyjnym Ziemi. W cylindrze znajduje się gaz a nad cylindrem jest próżnia (rys.).
a) obliczyć ciśnienie gazu w pojemniku, gdy tłok jest w równowadze,
b) zakładając, że ciśnienie i objętość gazu spełniają prawo Boyle'a wyliczyć siłe reakcji działającą na tłok, gdy jest on wychylony z położenia równowagi o odległość x,
c) Zakładając, że mamy do czynienia z bardzo powolnym ruchem tłoka (proces quasistatyczny) napisać równanie różniczkowe na małe wychylenia tłoka wokół położenia równowagi,
d) Pokazać, że częstość oscylacji ω nie zależy od masy m,
e) Wyliczyć ω dla $V = 2000$ litrów i $A = 1.0 \cdot 10^{-4} m^{-2}$.

24. Cylinder z idealnie izolującymi adiabatycznymi ściankami zamknięty na obu końcach podzielono na dwie części wstawiając wewnątrz tłok mogący się poruszać bez tarcia (rys.). Tłok również jest izolowany termicznie. Na początku, objętość, ciśnienie i temperatura gazu doskonałego po obu stronach tłoka wynoszą odpowiednio $V_0, p_0 i T_0$. Do prawej komory podłączono przewód dostarczający ciepło w celu ogrzania gazu do momentu, gdy ciśnienie osiągnie $\frac{64p_0}{27}$. Przy założeniu, że $\kappa = \frac{C_p}{C_v} = 1.5$ znaleźć:
a) zmianę entropii gazu w lewej komorze,
b) końcową objętość lewej komory,
c) końcową temperaturę lewej komory,
d) końcową temperaturę prawej komory,
e) pracę wykonaną nad gazem w lewej komorze.

25. Bryła lodu o masie 1 kg i temperaturze $0°C$ pływa w 5 kg wody o temperaturze $50°C$. Ten układ jest izolowany termicznie. O ile zmieni się entropia układu, jeżeli osiągnie on stan równowagi (tzn. do momentu kiedy lód się roztopi i temperatura wody powstałej z lodu i temperatura wody w zbiorniku wyrównają się). Ciepło właściwe wody $C_w = 4200 \frac{J}{kg°K}$, ciepło topnienia lodu $L = 333 \frac{kJ}{kg}$.

Elektrostatyka i prąd stały

1. Wykazano, że Ziemia ma wypadkowy ładunek elektryczny, który daje natężenie pola przy jej powierzchni równe $E = 150N/C$ skierowane do wewnątrz. a) Jaki ładunek zostanie wyindukowany w ciele człowieka o masie 60 kg w celu zrównoważenia jego ciężaru przez siłę elektrostatycznego odpychania? b) Jaka będzie siła odpychania między dwoma osobami posiadającymi taki ładunek, które znajdują się w odległości 100 m?

2. Dwie kulki o masie m każda wiszą na nitkach o długości L (rys.). każda kulka ma ten sam ładunek q. Promień każdej z kulek jest niewielki co oznacza, że kulki można potraktować jako ładunki punktowe. Udowodnić, że odległość d pomiędzy kulkami odpowiadająca położeniu równowagi wynosi $d = (q^2L/2\pi\varepsilon_0 mg)^{\frac{1}{3}}$.

3. Jeżeli atomy nie byłyby elektrycznie obojętne, to materia podlegałaby odpychaniu wzajemnemu. Załózmy, że to mam miejsce i że elektron ma ładunek o $0,001\%$ mniejszy od protonu. a) Policzyć wypadkowy ładunek elektryczny książki $20 \times 30 \times 3$ cm w takim scenariuszu. Przyjąć rozsądne założenia dotyczące ilości atomów w książce. b) Jaka byłaby siła oddziaływania elektrycznego między dwoma książkami umieszczonymi w odległości $5m$ od siebie. Czy byłaby ona przyciągająca czy odpychająca? Policzyć z jakim przyspieszeniem poruszałyby się książki względem siebie. c) Przedyskutować problem stabilności materii w kontekście równości wartości ładunku protonu i elektronu.

4. Sześcian (rys.) ma boki o długości L i ustawiony jest jednym z rogów w początku układu współrzędnych. Przez sześcian przechodzi jednorodne pole elektryczne dane wzorem $\vec{E} = -B\vec{i} + C\vec{j} - D\vec{k}$, gdzie B, C, D są stałymi dodatnimi. a) Znaleźć strumień pola elektrycznego przechodzący przez kolejne ściany sześcianu. b) Znaleźć strumień pola elektrycznego przechodzący przez cały sześcian.

5. W pewnym obszarze przestrzeni potencjał elektryczny ma postać $V(x, y, z) = Axy - Bx^2 + Cy$, gdzie A, B, C są stałymi dodatnimi. a) Policzyć składowe natężenia pola elektrycznego E_x, E_y, E_z. b) W jakich punktach natężenie wynosi zero?

6. Kryształ soli kuchennej (NaCl) składa się z dodatnich jonów Na^+ oraz ujemnych jonów Cl^- ułożonych w naróżnikach sześcianu (rys.). a) policzyć energię potencjalną U takiego układu ładunków. b) Otrzymany wynik powinien być ujemny tzn. $U < 0$. Wyjaśnić związek tego rezultatu z faktem występowania takich układów jonów w przyrodzie.

7. O ile muszą być oddalone od siebie dwa protony aby elektryczna siła odpychająca działająca na każdy z nich była równa jego ciężarowi? ($k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}, e = 1.6 \cdot 10^{-19}C, m_p = 1.7 \cdot 10^{-27}kg$.

8. Chcemy podzielić ładunek elektryczny Q na dwie części q i $Q - q$ tak, aby po umieszczeniu ich w danej odległości od siebie otrzymać maksymalną kulombowską siłę odpychającą. Znaleźć zależność między Q i q.

9. Cztery identyczne ładunki dodatnie q umieszczono w wierzchołkach kwadratu o boku a. W środku symetrii kwadratu umieszczono ładunek ujemny Q, który utrzymał cały układ w równowadze. Znaleźć wartość ładunku Q. Zakładając, że ładunki q nie mogą się poruszać, znaleźć kierunek siły działającej na ładunek Q w przypadku przesunięcia go ze środka symetrii:
a) w kierunku jednego z ładunków q,
b) w kierunku środka jednego z boków kwadratu,
c) wzdłuż osi symetrii układu prostopadłej do płaszczyzny kwadratu.
Na podstawie powyższych rozważań scharakteryzować rodzaj równowagi w jakiej znajduje się ładunek Q.

10. Trzy ładunki punktowe tworzą trójkąt równoboczny o boku a. Jaka jest wartość i kierunek siły działającej na $+q$? (rys.)

11. Znaleźć potencjał elektryczny dla punktów znajdujących się na osi równomiernie naładowanej tarczy o promieniu a i o gęstości powierzchniowej ładunku σ. Następnie obliczyć natężenie pola elektrycznego dla tych punktów. Co można powiedzieć o przypadkach, gdy $r \gg a$ i $r = 0$? (rys.)

12. Dipolem elektrycznym nazywamy układ dwóch ładunków elektrycznych przeciwnego znaku o równych wartościach bezwzględnych (rys.3). Obliczyć potencjał elektryczny w dowolnym punkcie wytwarzany przez te ładunki w dużej odległości od ładunków dipola. Znając potencjał elektryczny wyliczyć natężenie pola elektrycznego w dowolnym punkcie ($E = -gradV = -\frac{dV}{dx}\vec{i} - \frac{dV}{dy}\vec{j} - \frac{dV}{dz}\vec{k}$). Co to są multipole?

13. Załóżmy, że obydwa ładunki tworzące dipol są dodatnie (rys.). Pokazać, że przy $r \gg a$ natężenie pola wynosi
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{r^2}$.
Jaki jest kierunek $\vec{E}$? Wytłumaczyć, dlaczego E zmienia się w tym przypadku jak r^{-2} a dla dipola jak r^{-3}.

14. Powłoka kulista **I** o gęstości powierzchniowej ładunku σ oraz pełna kula **II** o gęstości objętościowej ładunku ρ mają taki sam ładunek całkowity $Q > 0$. Zależność potencjału elektrycznego V od odległości od środka r przedstawiona jest na rysunkach. Znaleźć zależność natężenia pola elektrycznego $E = E(r)$ dla obu obiektów. Wyznaczyć σ i ρ. Przedyskutować dokładnie analogię z polem grawitacyjnym (tzn. masywna powłoka kulista i pełna kula) (rys.)

15. Znaleźć potencjał V i natężenie pola elektrycznego E w dowolnym punkcie pochodzący od nieskończenie długiego, prostoliniowego, równomiernie naładowanego przewodnika o gęstości liniowej ładunku λ. (Wskazówka: najprostsze rozwiązanie można uzyskać korzystając z prawa Gaussa.)

16. Nieprzewodzący półokrąg o wewnętrznym promieniu a posiada ładunek całkowity q rozłożony równomiernie na powierzchni wewnętrznej. Znaleźć natężenie pola elektrycznego w środku krzywizny.

17. Obliczyć strumień Φ przechodzący przez półsferę o promieniu R. Pole $\vec{E}$ jest jednorodne i równoległe do osi półsfery.

18. Ładunek jest rozłożony równomiernie w nieskończenie długim walcu o promieniu R. Pokazać, że natężenie pola elektrycznego E w odległości r od osi walca ($r < R$) jest dane wzorem $E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$, gdzie ρ jest gęstością objętościową ładunku. Jaki wynik uzyskamy dla $r > R$?

19. Wyliczyć wartość energii potrzebnej do naładowania kondensatora. (Wskazówka: w istocie rzeczy jest to energia wydatkowana na rozdzielenie ładunków - dodatnich na jednej okładce a ujemnych na drugiej okładce).

20. Mamy dwa kondensatory wypełnione dwoma dielektrykami jak na rysunku o stałych dielektrycznych ε_1 i ε_2. Wykazać, że pojemności ich są odpowiednio:
a) $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}\right)$,
b) $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}\right)$.

21. Znaleźć natężenie prądów na każdym z oporów i różnicę potencjałów pomiędzy punktami a i b. Dane: $\varepsilon_1 = 12V$, $\varepsilon_2 = 4V$, $\varepsilon_3 = 8V$, $R_1 = 50\Omega$ i $R_2 = 25\Omega$ (rys.).

22. Dane są dwie baterie, każda o SEM ε i oporze wewnętrznym r. Mogą one być połączone ze sobą szeregowo lub równolegle i użyte do wytworzenia prądu w oporze R. Znaleźć wyrażenia na natężenie prądu dla obu tych połączeń. Które z tych połączeń daje większe natężenie prądu, gdy a) $R > r$ i b) $R < r$? (rys.)

23. Dwie równoległe płytki o powierzchni $100cm^2$ mają równe, lecz różnoimienne ładunki $8,9 \cdot 10^{-7}C$. Gdy przestrzeń między płytkami wypełnia materiał dielektryczny natężenie pola elektrycznego wynosi $1,4 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$. Znaleźć stałą dielektryczną materiału.

24. Do miedzianego drutu o długości $30,48m$ i średnicy $1mm$ przyłożono różnicę potencjałów $1V$. Obliczyć natężenie prądu oraz natężenie pola elektrycznego. Opór właściwy miedzi wynosi $\varrho = 1,7 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot m$.

25. W oparciu o prawa Kirchhoffa udowodnić, że dla obwodu o dwóch oporach R_1 i R_2 połączonych szeregowo opór zastępczy wynosi $R_1 + R_2$. Podobnie dla tych oporów połaczonych równolegle wykazać, że ich opór zastępczy wynosi $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ (rys.).

26. Znaleźć natężenia prądów w trzech gałęziach obwodu oraz różnicę potencjałów między punktami a i b. Dane: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $\varepsilon_1 = 2V$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 4V$ (rys.).

Pole magnetyczne, indukcja i prąd zmienny

1. Elektron o energii $100eV$ krąży po orbicie w płaszczyźnie prostopadłej do jednorodnego pola magnetycznego o indukcji $B = 50$ Gaussów. Znaleźć promień orbity elektronu ($1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$).

2. Na poruszający się elektron działa pole elektryczne o natężeniu $E = 1500$ V/m oraz pole magnetyczne o natężeniu $B = 0,4 \frac{Wb}{m^2}$, tak że wypadkowa siła równa się zeru. Obliczyć minimalną prędkość elektronu i narysować wektory $\vec{E}, \vec{B}, \vec{v}$.

3. Prostokątna cewka złożona jest z $N = 20$ zwojów drutu o wymiarach $10cm \times 5cm$. Natężenie prądu w cewce wynosi $i = 0,1A$. Jedna z krawędzi cewki (dłuższa) jest umocowana. Jaki moment siły działa na cewkę, jeżeli tworzy ona kąt $\theta = 30°$ z jednorodnym polem magnetycznym o indukcji $B = 0,5 \frac{Wb}{m^2}$.

4. W oparciu o prawo Biota-Savarta-Laplace'a wyznaczyć indukcję B pola magnetycznego przewodnika z prądem w punkcie P odległym od przewodnika o odległość r_0. Końce przewodnika widać z punktu P pod kątami α_1 i α_2 (rys.).

5. Znaleźć natężenie pola magnetycznego w punkcie leżącym na osi solenoidu, jeżeli końce solenoidu widać z tego punktu pod kątami α oraz β. Promień solenoidu wynosi R, a ilość zwojów na jednostkę długości wynosi n. Przez solenoid płynie prąd o natężeniu i. przedyskutować przypadki szczególne (tzn. nieskończenie długi solenoid oraz punkt znajduje się w środku solenoidu).

6. Dwa długie druty umieszczone w odległości wzajemnej d przewodzą antyrównoległe prądy o natężeniu i. Wykazać, że w punkcie P równoodległym od obu drutów indukcja pola magnetycznego B dana jest wzorem:
   $B = \frac{2\mu_0 id}{\pi(4R^2+d^2)}$.

7. W przewodzie wygiętym w kształcie trójkąta równobocznego o boku $a = 0,5m$ płynie prąd o natężeniu $i = 3,14A$. Ile wynosi natężenie pola magnetycznego H w środku trójkąta? (rys.)

8. W przewodzie wygiętym w kształcie kwadratu o boku $a = 1m$ płynie prąd o natężeniu $i = 3,14A$. Ile wynosi natężenie pola magnetycznego $\vec{H}$ w środku kwadratu i jaki ma kierunek? (rys.)

9. Cztery długie druty miedziane są umieszczone równolegle, tak że przekrój utworzonego układu jest kwadratem o boku $a = 0,2m$. W każdym z drutów płynie prąd o natężeniu $i = 20A$. Jaka jest wartość i kierunek wektora $\vec{B}$ w środku kwadratu? (rys.)

10. Znaleźć natężenie pola magnetycznego w punkcie leżącym na osi solenoidu, jeżeli końce solenoidu widać z tego punktu pod kątami α oraz β. Promień solenoidu wynosi R, a ilość zwojów na jednostkę długości wynosi n. Przez solenoid płynie prąd o natężeniu i. przedyskutować przypadki szczególne (tzn. nieskończenie długi solenoid oraz punkt znajduje się w środku solenoidu).

11. Dwa długie druty umieszczone w odległości wzajemnej d przewodzą antyrównoległe prądy o natężeniu i. Wykazać, że w punkcie P równoodległym od obu drutów indukcja pola magnetycznego B dana jest wzorem:
$B = \frac{2\mu_0 id}{\pi(4R^2+d^2)}$.

12. W przewodzie wygiętym w kształcie trójkąta równobocznego o boku $a = 0,5m$ płynie prąd o natężeniu $i = 3,14A$. Ile wynosi natężenie pola magnetycznego H w środku trójkąta? (rys.)

13. W przewodzie wygiętym w kształcie kwadratu o boku $a = 1m$ płynie prąd o natężeniu $i = 3,14A$. Ile wynosi natężenie pola magnetycznego $\vec{H}$ w środku kwadratu i jaki ma kierunek? (rys.)

14. Cztery długie druty miedziane są umieszczone równolegle, tak że przekrój utworzonego układu jest kwadratem o boku $a = 0,2m$. W każdym z drutów płynie prąd o natężeniu $i = 20A$. Jaka jest wartość i kierunek wektora $\vec{B}$ w środku kwadratu? (rys.)

15. $N = 400$ ściśle nawiniętych zwojów tworzy cewkę o indukcyjności $L = 8mH$. Jaki strumień magnetyczny przechodzi przez cewkę, jeśli płynie przez nią prąd o natężeniu $i = 5 \cdot 10^{-3}A$.

16. Wykazać, że dwie cewki o współczynnikach samoindukcji L_1 i L_2 połaćzone szeregowo mają wypadkową indukcyjność
$L = L_1 + L_2$,
natomiast dwie cewki połączone równolegle mają wypadkowy wspólczynnik samoindukcji
$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$.
Komentarz: aby powyższe związki rzeczywiście były prawdziwe należy cewki odsunąć od siebie w obwodzie na dużą odległość. Dlaczego tak musi być?

17. Wyprowadzić wyrażenie dla współczynnika samoindukcji L toroidu o prostokątnym przekroju poprzecznym jak na rysunku 1. Obliczyć L dla ilości zwojów $N = 1000$, $a = 5cm$, $b = 10cm$, i $h = 1cm$.

18. W toroidzie z zadania 3 zmieniamy oznaczenia wprowadzając N_1 dla liczby zwojów w cewce 1 oraz i_1 dla prądu płynącego w tych zwojach. Przypuśćmy, że nad cewką 1 umieszczamy cewkę 2 mającą N_2 zwojów. Obydwie cewki są elektrycznie odizolowane. Jaka jest wartość indukcji wzajemnej M dla opisanej geometrii cewek? Pokazać, że dla $N_1 \neq N_2$ wzajemna indukcyjność cewek wyraża się wzorem:
$M = \sqrt{L_1 L_2}$.

19. Dwie krótkie cewki cylindryczne połączono w szereg. Cewki te są umieszczone blisko siebie wzdłuż tej samej osi. a) Wykazać, że wypadkowa indukcyjność takiego układu wynosi
$L = L_1 + L_2 \pm 2M$
(porównać z wynikiem wcześniejszego zadania). b) Jakie jest znaczenie podwójnego znaku ($\pm$)? Czy ma to coś wspólnego z kierunkiem (zgodnym lub przeciwnym do ruchu wskazówek zegara) nawinięcia cewek?

20. Co to jest betatron? Omówić budowę i przedyskutować działanie tego urządzenia.

21. Elektron w atomie obiegający jądro wzdłuż orbity kołowej o promieniu r zachowuje się jak niewielki obwód z prądem i ma orbitalny magnetyczny moment dipolowy oznaczany zazwyczaj przez μ_l. Mimo, ze jest to model zbyt mechanistyczny i niezgodny z duchem współczesnej fizyki kwantowej wyprowadzić związek między μ_l i orbitalnym momentem pędu L_i.

22. W obwodzie przedstawionym na rysunku 1 należy znaleźć zależność od czasu po zamknięciu klucza K: a) natężenia prądu płynącego przez opór R, b) ładunku na kondensatorze C (efekt włączeniowy).

23. Znaleźć jawną postać rozwiązania równania drgań obwodu RLC

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0, \tag{1}$$

przy warunku $R \geqslant 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (przypadek aperiodyczny). Wskazówka: zapostulować rozwiązanie w postaci $q(t) = A_0 e^{pt}$, gdzie $p = -\beta \pm i\alpha$ jest liczbą zespoloną ($\beta = R/2L$ nazywamy współczynnikiem tłumienia).

24. Udowodnić, że przedstawione na rysunkach zawady mają część rzeczywistą X oraz przesunięcie fazowe ϕ określone podanymi kolejno związkami ($Z = X + iY, \eta = \omega^2 LC, \delta = 1 - \eta, \xi = 1 - \eta^{-1}$):

a) $X = \dfrac{R}{1 + \operatorname{tg}^2\phi}$, $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{R}{\omega L}$;

b) $X = \dfrac{R}{1 + \operatorname{tg}^2\phi}$, $\operatorname{tg}\phi = -\omega RC$;

c) $X = \dfrac{R}{1 + \operatorname{tg}^2\phi}$, $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{R}{\omega L\xi}$;

d) $X = \dfrac{R}{\xi^2 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}}$, $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{R}{\omega L} - \dfrac{\xi}{\omega RC}$;

e) $X = \dfrac{R}{\delta^2 + \omega^2 R^2 C^2}$, $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{\omega L\delta}{R} - \omega RC$;

f) $X = \dfrac{R}{1 + \operatorname{tg}^2\phi}$, $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{R\delta}{\omega L}$.

Optyka falowa i geometryczna

1. Udowodnić, że promień świetlny padający na płasko-równoległa płytkę szklaną o grubości t będzie po przejściu przesunięty w stosunku do przedłużenia promienia padającego, jak na rys., lecz zachowa ten sam kierunek. Wykazać, że dla małych kątów padania θ przesunięcie to jest dane wzorem

$$x = t\theta\frac{n-1}{n}, \tag{2}$$

   gdzie n jest współczynnikiem załamania, a θ mierzymy w radianach.

2. W roku 1650 Pierre Fermat podał ważną zasadę, którą wyrażamy dość często w następujący sposób:
Promień świetlny biegnący z jednego punktu do drugiego przebywa drogę, na której przebycie trzeba zużyć w porównaniu z innymi, sąsiednimi drogami, minimum albo maksimum czasu, albo tę samą ilość czasu.
Wyprowadzić z tej zasady prawo odbicia i załamania światła. Wskazówka: policzyć drogę jaką promień świetlny pokonuje w zależności od jego prostopadłej odległości od powierzchni odbijającej.

3. Promień świetlny pada prostopadle na ściankę ab szklanego pryzmatu (rys.) o współczynniku załamania $n = 1,52$. Zakładając, że pryzmat znajduje się w powietrzu, znaleźć największą wartość kąta φ, dla której jeszcze zachodzi całkowite odbicie na ściance ac. Znaleźć φ, jeżeli pryzmat jest zanurzony w wodzie.

4. Promień światła monochromatycznego biegnący początkowo w powietrzu pada na pryzmat o kącie rozwarcia 90° w punkcie P, załamuje się w tym punkcie, a następnie w punkcie Q na drugiej ściance pryzmatu, w ten sposób, że po wyjściu z pryzmatu ślizga się po tej ściance (rys.). a) Obliczyć współczynnik załamania pryzmatu względem powietrza dla rozważanej długości fali, wyrażając go przez kąt θ_1, odpowiadający omawianej sytuacji. b) Podać liczbową wartość współczynnika załamania dla tego pryzmatu. c0 Pokazać, rysując odpowiednie promienie, co będzie się działo, jeżeli kąt padania w punkcie P będzie nieco większy niż θ_1 oraz nieco mniejszy niż θ_1.

5. Zgodnie z teorią tęczy rozwiniętą przez Kartezjusza, promień światła najpierw jest załamywany przez powierzchnię kropelki wody następnie całkowicie wewnętrznie odbijany przez tą powierzchnie aby w końcu zostać znów odbitym i dotrzeć do obserwatora, który obserwuje to piękne zjawisko (rys.). Tęcza jest formowana przez promienie, których odchylenie od początkowego kierunku jest albo maksymalne albo minimalne. Pokazać, że tęcza powinna uformować łuk okręgu o rozmiarach kątowych równych 42° wokół punktu znajdującego się po przeciwnej stronie względem Słońca oraz, że powinna ona mieć w przybliżeniu szerokość $1,6°$ z barwą czerwoną po zewnętrznej stronie. Współczynnik załamania wody $n_c = 1,33$ dla światła czerwonego oraz $n_f = 1,341$ dla światła fioletowego. Przeprowadzić podobne rozważania dla tęczy wtórnej, która towarzyszy zawsze tęczy pierwotnej aczkolwiek nie zawsze może być dostrzeżona przez obserwatora. Tęcza wtórna powstaje z promieni dwukrotnie odbitych od

wewnętrznej powierzchni kropli wody (rys.). Pokazać, że tworzy ona łuk okręgu o rozmiarach kątowych równych około $51°$ a jej szerokość kątowa wynosi $2,8°$.

6. Odległość między przedmiotem a jego obrazem rzeczywistym w soczewce skupiającej jest ustalona. Pokazać, że istnieją dwa możliwe położenia dla soczewki oraz, że rozmiar obiektu jest dany przez $(h_1 h_2)^{\frac{1}{2}}$, gdzie h_1 i h_2 są rozmiarami tych obrazów.

7. Zaprojektować urządzenie z dwiema szczelinami, które by wytwarzało na odległym ekranie prążki interferencyjne odległe od siebie o $1°$. Użyć światła sodu o długości fali $\lambda = 589nm$.

8. Odstęp między szczelinami w urządzeniu dwuszczelinowym jest równy 100 długościom fali światła przechodzącego przez szczeliny. a) Jaka jest odległość kątowa pomiędzy pierwszym i drugim maksimum? b) Jaka jest odległość liniowa między pierwszym i drugim maksimum, jeśli ekran znajduje się w odległości $d = 50$cm od szczelin?

9. Jedną ze szczelin urządzenia mającego dwie szczeliny pokryto cienką płytką z miki ($n = 1,58$ na skutek czego siódmy prążek został przesunięty na środek ekranu. Jaka jest grubość miki, jeśli $\lambda = 550nm$?

10. Dwa źródła punktowe emitują fale spójne. Pokazać, że krzywe jak pokazano na rysunku 2 dla których różnica faz dla promieni r_1 i r_2 jest stała są hiperbolami. Wskazówka: stała różnica fazy jest wynikiem stałej różnicy długości między r_1 i r_2.

11. Światło lasera o długości $\lambda = 6328$ oświetla pojedynczą szczelinę o szerokości $d = 10$mm. Jaka jest szerokość środkowego maksimum powstającego na ekranie umieszczonym o $D = 2$ m od szczeliny?

12. Fala dźwiękowa o częstotliwości $\nu = 820$ Hz przechodzi przez drzwi o szerokości 1 metra. Pod jakim kątem wytwarza się pierwsze minimum dyfrakcyjne? Prędkość dźwięku w powietrzu to $v =$330 m/s.

13. Mówi się, że kamera fotograficzna satelity szpiegowskiego potrafi przeczytać numery rejestracyjne samochodu poruszającego się po ziemi. Innymi słowy może ona rozróżnić dwa punkty odległe o $s = 5$ cm na tablicy rejestracyjnej samochodu. a) Jaka musiałaby być rozdzielczość kątowa kamery jeżeli satelita znajduje się na wysokości $h = 160$ km? b) Jaka powinna być średnica obiektywu kamery aby uzyskać taką rozdzielczość kątową? Przyjąć długość fali używanego światła jako $\lambda = 550$ nm.

14. Skupianie się promieni świetlnych w ognisku idealnej soczewki jest ograniczone jedynie efektami dyfrakcyjnymi. Załóżmy, że soczewka o średnicy $d = 10$ cm i ogniskowej $f = 18$ cm oświetlona jest równoległą wiązką promieni świetlnych o długości fali $\lambda = 550$ nm. Jaka jest szerokość kątowa środkowego maksimum w obrazie dyfrakcyjnym? Jaka jest odpowiadająca temu liniowa szerokość tego maksimum w płaszczyźnie ogniskowej?

15. Rozważmy antenę przekaźnikową radaru w kształcie dysku o średnicy $D = 1$ m dostosowaną do częstotliwości $\nu = 1,5 \times 10^{10}$ Hz. Jaka jest szerokość kątowa środkowego maksimum dyfrakcyjnego dla tej anteny? Wskazówka: Efekty dyfrakcyjne są takie same zarówno dla nadajników jak i odbiorników (Zasada Babinet).

16. Siatka dyfrakcyjna zawiera 5000 linii na 1 centymetrze długości. Jakie są położenia kątowe pierwszych trzech maksimów interferencyjnych, jeżeli siatka jest oświetlana światłem o długości fali $\lambda = 6500$? Dlaczego nie można obserwować czwartego maksimum interferencyjnego?

17. Światło sodowe o długościach fali $\lambda_1 = 5889,9$ oraz $\lambda_2 = 5895,9$ pada prostopadle na siatkę dyfrakcyjną z 5500 liniami na centymetr długości. Ekran jest umieszczony $D = 3$ m za siatką. Jaka jest odległość pomiędzy dwoma liniami spektralnymi na ekranie dla: a) obrazu pierwszego rzędu b) obrazu drugiego rzędu.